# Bausteine

zur

# Flugbahn- und Kreisel-Theorie

von

**August Dähne**
Königlich Preußischer Major a. D.

Mit 5 Figuren im Text.

BERLIN 1914
Verlag von R. Eisenschmidt
Verlagsbuchhandlung für Militärwissenschaften
im Offizierverein.

# Bausteine

zur

# Flugbahn- und Kreisel-Theorie

von

August Dähne
Königlich Preußischer Major a. D.

**Mit 5 Figuren im Text.**

BERLIN 1914
Verlag von R. Eisenschmidt
Verlagsbuchhandlung für Militärwissenschaften
Im Offizierverein.

# Einleitung.

In der neueren ballistischen Literatur finden wir ganz vorwiegend das Bestreben, das ballistische Problem durch Auffindung der Potenz für die Abhängigkeit des Luftwiderstandes von der Geschwindigkeit der Geschoß-bewegung zu lösen. Die nach dieser Richtung zu unternehmenden Forschungen werden wohl so bald noch kein rein kausalwissenschaftliches Resultat erhoffen lassen, da es nicht möglich ist, den Geschossen eine geradlinige Bewegung zu erteilen, bei welcher die Seitenflächen der Geschosse stets der Bewegungsrichtung parallel bleiben. Für das praktische ballistische, also rein technische Rechnen sind die für die verschiedensten Geschoßgeschwindigkeiten und Geschoßformen angestellten Messungen der Geschwindigkeitsverluste dennoch von hohem Werte.

Die nachstehende Betrachtung sieht von einer Bestrebung nach der vorstehend bezeichneten Richtung vollständig ab; sie enthält keine Untersuchungen, um dem Problem der mathematischen Bestimmbarkeit der Flugbahn näher zu kommen, sondern beschäftigt sich lediglich mit den Bewegungsursachen und Richtungsänderungen der Geschoßbewegung und mit der daraus abzuleitenden allgemeinen Gestaltung der Flugbahn.

Die nachstehende Arbeit gibt im allgemeinen eine Abweichungstheorie sowohl für die Geschosse wie für rotierende Körper überhaupt. Diese Theorie wird mit dieser Schrift nicht zum erstenmal veröffentlicht. Ich habe im Jahre 1884 in Metz eine Schrift: „Die Stabilität der Drehachse“ im Selbstverlage herausgegeben, welche das fundamentale Neue, um das es sich handelt, schon enthält. In meiner im Jahre 1888 herausgegebenen Schrift: „Neue Theorie der Flugbahn von Langgeschossen auf Grund einer neuen Theorie der Drehung der Körper“ — Berlin, Verlag von R. Eisenschmidt —, sowie in den nachbezeichneten Aufsätzen in der Kriegstechnischen Zeitschrift — Berlin, Verlag von E. S. Mittler & Sohn —:

1. „Vorschlag zur Verbesserung der Artilleriegeschosse und Vorschläge zur Anstellung von ballistischen Versuchen“, Hefte 9 und 10 — 1902,
2. „Betrachtungen über den Einfluß der Schwerpunktslage der Geschosse auf die Flugbahngestaltung“, Heft 3 — 1906,
3. „Ein angebliches ballistisches Kuriosum“, Heft 2 — 1909,

befinden sich dann aus der neueren Literatur zusammengestellte Angaben über gemessene und beobachtete Flugbahnerscheinungen, welche für die Richtigkeit der von mir aufgestellten Abweichungstheorie zeugen sollen.

Ich habe nunmehr eine Neubearbeitung der in den vorbezeichneten Druckschriften enthaltenen Gedanken und Dokumente in dieser Schrift vorgenommen und übergebe die Abhandlung meinen Lesern zur ferneren Prüfung.

# Erster Teil.

## Theorie der Drehung der Körper.

Wenn man einen festen Körper um eine seiner freien Achsen rotieren läßt, so nimmt man an demselben die Eigenschaft wahr, daß er einer Kraft, welche ihn um eine räumliche senkrecht zur Drehachse befindliche Achse zu drehen sucht, nicht Folge leistet, sondern daß er unter Beibehaltung seiner Rotation einen anderen Weg nimmt, als die erwähnte hinzutretende Kraft ihm vorschreibt. Zur Erklärung dieser merkwürdigen Erscheinung finden wir in der ziemlich umfangreichen Literatur über diesen Gegenstand hauptsächlich zwei Prinzipien vertreten, welche beide meiner Meinung nach nicht zum Ziele führen, und deren Unhaltbarkeit ich dartun werde, um alsdann die von mir gefundenen Ursachen zu demonstrieren.

Das erste Prinzip, welches wir vielfach sowohl in den physikalischen Lehrbüchern wie in ballistischen Schriften angewendet sehen, ist dasjenige der Stabilität der Drehachse. Aus diesem Prinzip lassen sich nun die bekannten ablenkenden Bewegungen rotierender Körper nicht im mindesten herleiten. Das Prinzip der Stabilität der Drehachse besagt nichts weiter, als daß jede freie Achse eines Körpers, wenn sich der Körper um sie dreht, von selbst in Ruhe bleibt, und daß es nicht nötig ist, daß sie von außen her in ihrer Lage festgehalten werde, vorausgesetzt, daß der Körper durch keine Kräfte angetrieben wird. Dieses Gesetz ist also nur eine Spezialisierung des Prinzips des Beharrungsvermögens, und die freie Achse ist also ebenso stabil, wenn keine Drehung des Körpers um sie stattfindet, als wenn sich der Körper um sie dreht. Dieses ist die einzige in der analytischen Mechanik zulässige Deutung der Stabilität der Drehachse. Sehen wir nunmehr zu, wie das bezügliche Gesetz in den verschiedenen Schriften ausgedrückt und erläutert wird.

In dem Lehrbuch der Physik und Meteorologie von Dr. Joh. Müller, Braunschweig 1877, finden wir auf Seite 298 unter Nr. 113 folgendes Gesetz angeführt: „Ein Körper, welcher um eine freie Achse rotiert, besitzt in Beziehung auf dieselbe stets eine mehr oder minder große Stabilität, das heißt es zeigt sich ein Bestreben, die Rotationsachse in unveränderter Richtung zu erhalten". In dem Lehrbuch der Experimentalphysik von Dr. Adolph Wüllner, Leipzig 1874, finden wir den Gedanken auf Seite 125 in folgendem Satze ausgedrückt: „Wie groß der Widerstand ist, den ein rotierender Körper einer Änderung der Rotationsebene entgegensetzt, fühlt man sehr deutlich, wenn man versucht, die Achse der rotierenden Kugel im Bohnenbergerschen Apparat zu drehen." Im Lehrbuch der Physik von Professor Reis befindet sich auf Seite 159 folgendes für die freien Achsen geltendes Gesetz angeführt: „Ist die freie Achse die Drehachse eines rotierenden Körpers, so verharrt sie mit einer

Kraft in ihrer Richtung, welche mit der Masse und der Geschwindigkeit des sich drehenden Körpers wächst." Zum Beweise dieses Gesetzes heißt es dann weiter: „Gerade so wie jedes Molekül vermöge der Trägheit in seiner Richtung zu verharren strebt, gerade so muß auch jedes Molekül vermöge der Trägheit in seiner Drehungsebene verharren und demnach einen Widerstand ausüben, wenn eine Kraft es aus seiner Ebene heraus zu bewegen strebt." In dem Werke: „Mathematische Theorie der Flugbahnen gezogener Geschosse" von Paul Haupt, Berlin 1876, beginnt das auf Seite 83 fettgedruckte 2. Gesetz: „Die Stabilität der Hauptachse wächst usw."

In allen hier angeführten Sätzen erkennen wir den Gedanken, daß die Stabilität der Drehachse für ein gewisses Agens gehalten wird, welches man sich groß und klein bzw. wachsend und abnehmend soll vorstellen können. Diese Anschauung steht aber nun in geradem Widerspruche zu folgendem Grundgesetze der Mechanik: Jede Bewegung hat die Eigenschaft, in ihrem Zustande zu verharren, wenn sie nicht durch irgendeine Ursache gezwungen wird, in einen anderen Zustand überzugehen. Dieses Gesetz, das der Trägheit oder des Beharrungsvermögens genannt, läßt deutlich erkennen, daß die in demselben der Bewegung zugeschriebene Eigenschaft keinen veränderlichen Wert annehmen kann, die berührte Eigenschaft der Bewegung, das Beharrungsvermögen, kann also weder groß noch klein sein, ist weder dem Wachsen noch dem Abnehmen unterworfen.

Knüpfen wir unsere fernere Betrachtung an die obenangeführte Erklärung des Herrn Professors Reis an, so finden wir folgendes: Die Behauptung „Gerade so wie jedes Molekül vermöge der Trägheit in seiner Richtung zu verharren strebt, gerade so muß auch jedes Molekül vermöge der Trägheit in seiner Drehungsebene verharren und demnach einen Widerstand ausüben, wenn eine Kraft es aus seiner Ebene herauszubewegen strebt", steht in direktem Widerspruch mit dem Gesetz über die Zusammensetzung der Kräfte, denn nach diesem Gesetz muß man behaupten: Gerade so wie jedes Molekül vermöge der Trägheit in seiner Richtung zu verharren strebt, solange keine Kraft es aus dieser Richtung zu bewegen sucht, gerade so muß auch jedes Molekül vermöge der Trägheit in seiner Drehungsebene verharren, solange keine Kraft es aus dieser Ebene herauszubewegen strebt. Wenn dagegen eine Kraft das Molekül aus seiner Drehungsebene herauszubewegen strebt, so wird es dieser Kraft nicht folgen, sondern es wird einen resultierenden Weg nehmen, den man durch Zusammensetzung desjenigen Weges, den das Molekül in der Drehungsebene einzuschlagen bestrebt ist, und desjenigen Weges, den das Molekül auf Grund der hinzutretenden Kraft einschlagen würde, finden kann. Daß dieser resultierende Weg nicht in der Drehungsebene liegen kann, ergibt sich dann leicht nach dem Gesetze vom Parallelogramm der Kräfte. Das Molekül muß den außerhalb der Drehungsebene liegenden resultierenden Weg demnach sofort einschlagen, wenn eine Kraft es aus der Drehungsebene herauszubewegen strebt. Von einem Widerstande, den das Molekül einer solchen Kraft entgegensetzen soll, kann also nicht die Rede sein, ebenso wie ein Molekül, welches in geradliniger Bewegung begriffen ist, derjenigen Kraft keinen Widerstand entgegensetzt, welche es aus dieser geradlinigen Richtung zu bewegen

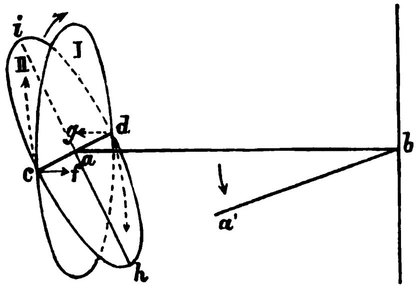
strebt; das Molekül schlägt vielmehr sofort nach Einwirkung der erwähnten Kraft die resultierende Richtung ein und verharrt also nicht die geringste Zeit mehr in seiner alten Richtung. Es gibt also kein Verharren der Drehachse einer Kraft gegenüber, welche ihre Richtung zu ändern strebt, auch läßt sich ein solches weder experimentell nachweisen, noch erscheint es irgendwo in der Natur. Die Erdachse verharrt nicht in unveränderter Richtung im Raume, sondern dreht sich in einer Kegeloberfläche um die Achse der Ekliptik. Die Achse eines auf der Spitze stehenden rotierenden Kreisels behält keine bestimmte Richtung, sondern bewegt sich in der Oberfläche eines Kegels, dessen Winkel ja manchmal so außerordentlich klein sein mag, daß man die Bewegung der Achse nicht wahrnehmen kann. Was die Tatsache anbelangt, daß scheibenartige Körper wie Räder, Geldstücke, Reifen usw. nicht umfallen, wenn und solange sie auf der Peripherie rollen oder sich auf der Peripherie stehend um eine vertikale Achse drehen — eine Erscheinung, die wir in den Lehrbüchern der Physik ebenfalls aus der Stabilität der Drehachse bzw. dem Prinzip der Erhaltung der Rotationsebene abgeleitet finden —, so ergibt sich dieselbe daraus, daß durch die rollende Bewegung der Unterstützungspunkt seine Lage unterhalb des Schwerpunktes stets ändert, so daß, sobald die umfallende Bewegung nach einer Seite hin eingeleitet ist, der Unterstützungspunkt alsbald nach dieser Seite hinaus unter den Schwerpunkt und sogar seitlich über denselben hinaustritt, wodurch dann sofort eine umfallende Bewegung nach der entgegengesetzten Seite hin eingeleitet wird. Der Unterstützungspunkt tritt nach dieser Seite hin wieder unter den Schwerpunkt bzw. über denselben seitlich hinaus, und so wiederholt sich dieser Vorgang stetig; der scheibenartige Körper pendelt gleichsam fortwährend seitlich seiner fortschreitenden Bewegungsrichtung. Die Bahn, welche die Peripherie einer materiellen Scheibe auf einer Ebene rollend durchlaufen würde, wenn kein Bestreben zum Umfallen der Scheibe nach der Seite vorhanden wäre, ist eine gerade Linie; diese Bahn ist eine doppelt gekrümmte Kurve, wenn ein Bestreben zum Umfallen der Scheibe vorhanden ist, und wenn die Drehung eine so geschwinde ist, daß der Unterstützungspunkt seitlich über die Schwerpunkt-Senkrechte hinaustritt; sie ist eine einfach gekrümmte Kurve, wenn der Unterstützungspunkt sich der Schwerpunkt-Senkrechten nur nähert.

Wenn wir nun gesehen haben, daß die Stabilität der Drehachse im allgemeinen als etwas ganz anderes und zwar notorisch Unrichtiges hingestellt wird, als das, was sie in Wirklichkeit in der analytischen Mechanik, z. B. gemäß §§ 572—574 des 3. Teils von Eulers Mechanik bedeutet, so werde ich nunmehr die Art und Weise beleuchten, wie die ablenkenden Bewegungen der rotierenden Körper auf Grund der der Stabilität der Drehachse fälschlicherweise beigelegten Kraft erklärt werden. In dieser Beziehung hat die Erklärung von Poggendorf in seinem Aufsatze: „Noch ein Wort über die Fesselsche Rotationsmaschine“, fast in alle Lehrbücher der Physik Aufnahme gefunden.

Bevor wir uns der Betrachtung der Poggendorfschen Erklärung zuwenden, wollen wir uns die eigentümlichen Bewegungen rotierender Körper vergegenwärtigen. Betrachten wir die Bahn der Drehachse der rotierenden Körper am Bohnenbergerschen oder Fesselschen Apparat oder am Foucaultschen Gyroskop, wenn die Richtung derselben durch eine Kraft, sei es Übergewicht

oder Gewicht des ganzen Apparats, in der ihr eigentümlichen Vertikalebene zu ändern gesucht wird, so sehen wir, daß sich die Drehachse aus dieser Vertikalebene herausbewegt. Die Richtung dieser Bewegung nähert sich um so mehr der Senkrechten zu der durch die Drehachse gehenden Vertikalebene, je größer die Rotationsgeschwindigkeit im Verhältnis zu der auf die Achse drehend einwirkenden Kraft ist; die Geschwindigkeit dieser seitlichen Bewegung ist dagegen um so größer, je größer die auf die Achse drehend einwirkende Kraft im Verhältnis zur Rotationsgeschwindigkeit des Körpers um die Drehachse ist. Angenommen die Drehachse bewegte sich vollständig in senkrechter Richtung aus der Vertikalebene heraus und behielte diese Richtung vollständig bei, so beschriebe die Drehachse eine Kreisfläche, deren Mittelpunkt der Unterstützungspunkt wäre. Da die Richtung der Bahn der Drehachse jedoch mit Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit des Körpers um die Drehachse progressiv mehr und mehr von der Senkrechten zur Vertikalebene abweicht, so bewegt sich die Drehachse in einer spiralförmig um die Vertikale durch den Unterstützungspunkt gewundenen Fläche, oder wenn ich mir den inkorrekten, aber vielleicht anschaulicheren Ausdruck erlauben darf, in der Oberfläche eines Kegels, dessen Winkel progressiv kleiner wird, und dessen Achse die Vertikale durch den Unterstützungspunkt ist

Figur I.




Die Poggendorfsche Erklärung der vorbeschriebenen Ablenkung der Drehachse lautet nun in mathematischer Form folgendermaßen: „Es sei in nebenstehender Figur I die mit der Achse a b drehbare Scheibe I, welche durch eine Kraft in die Lage II gebracht werde. Die Teilchen der Scheibe, z. B. c und d, haben das Bestreben, in der früheren Richtung weiter zu gehen, werden demnach von Kräften in den durch Pfeile angedeuteten Richtungen gezogen. Die Kraft bei c wirkt diesseits, die Kraft bei d jenseits der neuen Lage der Scheibe schief gegen dieselbe, diese Kräfte enthalten daher jedenfalls senkrechte Komponenten cf und dg, welche an der Scheibe von entgegengesetzten Seiten ziehend wirken und sie daher um den Durchmesser i h zu drehen streben.“

Diese Schlußfolgerung hat etwas Bestechendes, sie geht jedoch von der falschen Voraussetzung aus, daß die Teilchen c und d das Bestreben haben sollen, in der früheren Richtung weiter zu gehen; ein solches Bestreben ist bei den betreffenden Teilchen aber gar nicht vorhanden, sondern lediglich ein Bestreben, sich in resultierender Richtung zu bewegen. Diese resultierende Richtung ergibt sich aus der Verbindungslinie der Orte, welche das Teilchen im Raume einnehmen würde, wenn es die Komponentenbewegungen innerhalb gleicher Zeitdifferenziale nacheinander ausführte.

Das zweite Prinzip, welches wir zur Erklärung der Ablenkungsbewegungen der Drehachse rotierender Körper in der Literatur über diesen Gegenstand

herangezogen finden, ist dasjenige des Gesetzes vom Parallelogramm der Drehungen. Das Gesetz läßt sich gemäß den Festsetzungen von Euler, Poinsot und anderen etwa ausdrücken: „Wirken auf einen Körper gleichzeitig zwei Kräfte ein, von denen jede denselben um eine andere Achse zu drehen sucht, so dreht sich der Körper um eine mittlere resultierende Drehungsachse.“ Zur Prüfung dieses Gesetzes auf seine Richtigkeit bzw. Vollständigkeit legen wir uns zunächst die Frage vor: Ist die gleichzeitige Drehung eines Körpers um zwei Achsen möglich, oder hebt die eine Drehung die andere auf? Natürlich ist die gleichzeitige Drehung eines Körpers um zwei seiner Achsen nicht möglich, was durch die folgende Betrachtung leicht einleuchten wird. Die beiden beliebig angenommenen Achsen des Körpers müssen wegen der Festigkeit des Materials, welche natürlich vorausgesetzt wird, stets die ursprüngliche Lage zueinander behalten. Bei der Rotation eines Körpers um eine seiner Achsen behält ferner jedes Massenteilchen ebenfalls vermöge der Festigkeit stets die ursprüngliche Lage zu dieser Achse. Aus dieser Betrachtung ergibt sich, daß die Wege eines bestimmten Massenteilchens bei ihrer Rotation um verschiedene Achsen auch verschieden sein müssen. Ein Massenteilchen kann aber nach unseren Begriffen nicht zwei verschiedene Wege zu gleicher Zeit zurücklegen, und demnach ist auch die gleichzeitige Drehung eines Körpers um zwei seiner Achsen nicht möglich; wenn also auf einen Körper zwei Kräfte einwirken, von denen jede denselben um je eine seiner Achsen zu drehen strebt, so wird eine Rotation des Körpers um eine resultierende Achse stattfinden, und auf diesen Fall kann man alsdann das Gesetz vom Parallelogramm der Drehungen anwenden. Ferner ist es unmöglich, daß ein Körper gleichzeitig um zwei räumliche Achsen rotiert, denn wie bei der vorhergehenden Betrachtung die Lage zweier beliebiger Achsen des Körpers zueinander wegen der Festigkeit des Materials als unveränderlich angesehen werden mußte, so ergibt sich dieses von zwei beliebig angenommenen räumlichen Achsen aus der Sache selbst. Es bleibt demnach nur die Möglichkeit der gleichzeitigen Rotation eines Körpers um eine seiner Achsen und um eine räumliche Achse übrig, denn in diesem Falle können die beiden angenommenen Achsen ihre Lage zueinander in jedem Moment beliebig ändern, ohne etwas von ihrer Eigentümlichkeit aufzugeben. Also mit anderen Worten: 1. es liegt im Begriff zweier gedachten räumlichen Achsen, daß dieselben ihre Lage zueinander nicht ändern können; 2. zwei einem Körper eigentümliche Achsen können ihre Lage zueinander wegen der Festigkeit des Materials nicht ändern; 3. dagegen kann eine einem Körper eigentümliche Achse jede beliebige Lage zu einer bestimmten räumlichen Achse einnehmen.

Die Möglichkeit der gleichzeitigen Rotation eines Körpers um eine ihm eigentümliche Achse und um eine räumliche Gerade wird nun auch durch das Experiment in der vollkommensten Weise bestätigt; das einfachste dieser Art kann mit jedem Bleistift lediglich mit der Hand ausgeführt werden, denn es ist nichts leichter, als einen Bleistift zwischen den Fingern gleichzeitig um seine Längenachse und um eine zu dieser senkrecht stehenden räumlichen Achse zu drehen. Bildet man um den Bleistift herum, etwa in der Mitte desselben aus einer plastischen Masse eine Kugel, so ist die gleichzeitige Rotation dieser

Kugel einmal um die ihr nun ebenfalls eigentümliche Längenachse des Bleistifts und ferner um eine zu dieser Achse senkrecht befindliche räumliche Achse leicht auszuführen. Diese doppelte Rotation ist mit den bekannten Rotationsapparaten ferner sehr schön und bei den größten Rotationsgeschwindigkeiten auszuführen, indem man nämlich die nach der Seite ablenkende Bewegung des rotierenden Körpers durch irgendeine Kraft aufhebt; in solchem Falle bewegt sich der rotierende Körper völlig ebenso, wie er sich ohne Rotation bewegen würde.

Es bleibt nun noch zu zeigen, daß, wenn man einen um eine seiner Achsen rotierenden Körper um eine räumliche Querachse zu drehen sucht, hierbei ein Drehungsbestreben um eine Querachse des Körpers selbst absolut nicht eintritt. Hierzu diene folgende Betrachtung. Der rotierende Körper hat in der senkrecht zur Drehachse befindlichen Ebene unendlich viele durch einen Punkt der Drehachse gehende Querachsen. Bei der Rotation des Körpers um seine Drehachse fallen diese Querachsen während einer halben Umdrehung jede einmal mit einer bestimmten räumlichen Achse zusammen. Die Zeit einer halben Umdrehung möge nun groß oder klein sein, sie ist jedenfalls ein Positivum, und bezeichnen wir sie demnach z. B. mit 1, so können wir sagen: Wenn in der Zeit 1 von unendlich vielen Querachsen des Körpers jede einmal mit einer bestimmten räumlichen Achse zusammenfällt, so ist die Zeit, während welcher jede Querachse mit der räumlichen Achse zusammenfällt $= \frac{1}{\infty}$. Der Grenzwert (limes) dieser Zeitgröße ist aber gleich 0, und folglich findet bei dem Drehungsbestreben eines rotierenden Körpers um eine bestimmte räumliche Querachse kein Drehungsbestreben um eine Querachse des Körpers selbst statt. Dasselbe Resultat ergibt sich natürlich auch schon aus dem Begriff der Stetigkeit der Bewegung, denn wenn man sich eine Achse mit der Ausdehnung 0 in stetiger Bewegung — also nicht sprungweise — durch eine andere Achse ebenfalls mit der Ausdehnung 0 durchschreiten denkt, so können die Achsen keine Zeitlang zusammenfallen, sondern das Zusammenfallen existiert nur in der Vorstellung.

Wenn man es also mit der Untersuchung der Bewegung eines rotierenden Körpers um eine räumliche senkrecht zur Drehachse befindliche Querachse zu tun hat, so darf man von dem Gesetze des Parallelogramms der Drehachsen, welches nur zur Kombination der Drehungen um zwei räumliche oder um zwei körperliche Achsen paßt, keine Anwendung machen, wie folgende Betrachtung beweisen wird. Eine allgemein als richtig erwiesene logische Überlegung sagt uns, daß ein Körper, auf welchen gleichzeitig mehrere Kräfte einwirken, an denjenigen Ort im Raume gelangen muß, wo er ankommen würde, wenn die Kräfte nacheinander auf ihn einwirkten. Nach mathematischer Betrachtung ergibt sich dann auf Grund dieser Überlegung der Weg, welchen der Körper einschlagen wird. Wenn man demgemäß die rotierende Bewegung eines Körpers um eine seiner freien Achsen bis zur Ruhe fortdauern läßt und alsdann die Bewegung des Körpers um eine Querachse vornimmt, so ist die Kreisfläche, welche die Drehachse durchläuft, der Ort, in welchem sie sich auch in jedem Moment während der Drehung des Körpers um dieselbe befinden muß. Denkt man sich einen im leeren Raume frei schwebenden Körper um eine seiner freien

Achsen in Rotation versetzt, so nimmt er als Ganzes keine Veränderung seiner Lage im Raume vor, und wir müssen ihn in bezug auf die Resultate der etwa auf ihn wirkenden Kräfte ebenso betrachten, als wenn ihm keine Rotation innewohnte. Wenn man von einem rotierenden Körper einzelne Teile loslöst, so bewegen sich diese in einer Tangente zum Kreise, den sie durchlaufen haben, fort. Die Tangente entfernt sich aber von der Peripherie des zugehörigen Kreises, und daraus kann man auf gewisse in einem rotierenden Körper vorhandene Fliehkräfte schließen, welche die einzelnen Teile des Körpers von der Achse zu entfernen streben. Da nun diese Fliehkräfte bei der Rotation um eine freie Achse gleichmäßig nach allen Richtungen auf diese wirken, so heben sie sich gegenseitig auf, wie die folgende Betrachtung erläutern wird. Wenn auf einen materiellen Punkt zwei gleiche Kräfte nach entgegengesetzter Richtung wirken, so ist die Resultante gleich 0. Der materielle Punkt verläßt also seinen Ort nicht; er wird aber auch an seinem Orte durch die zwei auf ihn wirkenden Kräfte nicht festgehalten, sondern folgt jeder neuen Kraft vollständig nach dem Gesetz des Parallelogramms der Kräfte, nach welchem man die Resultante 0 mit der neuen Kraft zu einer Endresultierenden gleich der neuen Kraft zusammensetzt. Diese Betrachtung muß auch für die Wirkung der Fliehkräfte eines rotierenden Körpers maßgebend sein. Die Drehachse ist der Ort für eine unendliche Reihe von materiellen Punkten. Die Festigkeit des Materials vorausgesetzt, denke man sich die Fliehkräfte bestrebt, die materiellen Punkte von ihrem Ort zu entfernen; hierbei erhalten wir die Resultante 0, das heißt, da die Fliehkräfte gleichmäßig und auf jeden Punkt nach allen Richtungen einer Ebene wirken, so heben sie sich gegenseitig bezüglich ihrer Wirkung auf die Lage der Achse auf. Absolut können sich die Fliehkräfte nach dem Prinzip der Erhaltung der Kraft allerdings nicht aufheben; es bleibt also zu untersuchen, in welcher Form die Wirkung derselben auftreten kann. Die Richtung derselben steht derjenigen der Kohäsionskräfte entgegen und muß sich demnach die Resultante in derselben Richtung befinden. Die Kohäsionskraft entzieht sich als Molekularbewegung unserer direkten Wahrnehmung; die Fliehkraft äußert sich durch das Entfernen der Masse von der Achse; die Resultante beider Kräfte würde demnach etwa eine Volumenvergrößerung des Körpers in der Richtung senkrecht zur Drehachse zur Folge haben oder muß selbst nur eine Molekularbewegung sein.

Wenn wir nun gesehen haben, daß die Ablenkung der Drehachse eines rotierenden Körpers aus derjenigen Ebene, in welcher eine Kraft dieselbe zu drehen strebt, nicht durch die rotierende Bewegung des Körpers um diese Drehachse direkt bewirkt wird, so müssen wir notwendig schließen, daß die Ablenkung durch eine außerhalb des Körpers befindliche Masse hervorgebracht bzw. durch eine solche vermittelt werden muß. Ich komme demnach jetzt zu dem positiven Teil meiner Aufgabe, nämlich dazu, die Ursachen der Ablenkungsbewegungen klarzulegen, also die Bewegungen rotierender Körper direkt zu konstruieren. Fassen wir unter dem Gesichtspunkte, daß die Ablenkung durch eine außerhalb des Körpers befindliche Masse veranlaßt bzw. vermittelt werden muß, die zugrunde gelegten Erscheinungen ins Auge, so sehen wir, daß alle rotierenden Körper, bei denen wir die erwähnten Ablen-

kungen wahrnehmen, wie die Erde, das Langgeschoß mit Längenachsenrotation, die Rotationskörper des Gyroskops, des Bohnenbergerschen oder Fesselschen Apparats und der Kreisel ihre Bewegungen in dem Medium Luft vollziehen müssen, und wir finden ferner, daß die rotierenden Körper der Rotationsapparate außerdem durch die Reibung ihrer Achsen in den Achslagern bzw. der Kreisel durch die Reibung seiner Spitze auf der Ebene in ihren Bewegungen beeinflußt werden. Da sich nun alle Körper, bei denen wir die ablenkenden Erscheinungen konstatieren müssen, in dem Medium Luft bewegen, beim Geschoß die Luft sogar als die einzige Masse anzusehen ist, durch deren Berührung die Ablenkung veranlaßt werden muß, so werde ich meine Betrachtung zunächst mit der Untersuchung des Einflusses der den rotierenden Körper umgebenden Luft fortsetzen. Die Ablenkungserscheinungen selbst darf ich naturgemäß als bekannt voraussetzen, und da wir dementsprechend wissen, daß dieselben bei der Erde als Präzessionsbewegung und Nutation ebenso auftreten wie bei den rotierenden Körpern in den Rotationsapparaten, so werde ich meine Untersuchung lediglich auf frei in dem Medium Luft schwebend gedachte Körper beziehen.

Die von Professor Magnus angestellten Versuche haben erwiesen, daß die einen Körper umgebende Luft mehr oder weniger an seiner Oberfläche adhäriert und wenn der Körper in Rotation versetzt wird, in derselben Richtung mitrotiert. Jeder Gegenstand, der nun in den Bereich der rotierenden Luft kommt, muß infolgedessen von dieser Luft in Bewegung gesetzt werden, was man beobachten kann, wenn man Fähnchen in die Nähe eines rotierenden Körpers bringt. Betrachten wir unter diesem Gesichtspunkt das Verhalten eines Zylinders und einer Kugel, so kann man sich daraus das Verhalten des Erdsphäroids leicht veranschaulichen, während die Bewegung des Geschosses im zweiten Teil dieser Schrift speziell untersucht werden wird.

Denken wir uns einen frei in der Luft schwebenden Zylinder mit geraden Grundflächen, dessen Zylinderachse sich in wagerechter Lage mit der Richtung vom Beobachter — rückseitige Grundfläche — nach vorwärts — vordere Grundfläche — befindet. Der Zylinder möge um die Zylinderachse in bezug auf den Beobachter von links über oben nach rechts rotieren und außerdem einen Impuls erhalten, welcher die Zylinderachse in der ihr eigentümlichen Vertikalebene so zu drehen strebt, daß sich die vordere Grundfläche hebt, die hintere senkt. Zur Erklärung der nun eintretenden Bewegungen ziehe ich zunächst die Mantelfläche des Zylinders als die Bewegungsübertragung vermittelnd in Betracht und finde, daß der Zylinder mit seinem rückwärts gelegenen Teil, welcher sich senkt, so in den Bereich der ihn umgebenden Lufthülle tritt, daß dieser Teil von der bewegten Luft nach links bewegt wird; der vordere sich hebende Teil des Zylinders tritt mit der Mantelfläche so in den Bereich der rotierenden Luft, daß er nach rechts bewegt wird. Bei umgekehrter Rotation des Zylinders von rechts über oben nach links und bei Hebung der Achse am vorderen und Senkung am rückseitigen Ende findet die Ablenkung des Zylinders in umgekehrter Richtung, das heißt am rückwärtigen Ende nach rechts und am vorderen Ende nach links statt. Bei gleichzeitiger umgekehrter Rotation des Zylinders und Umkehrung des Hebens bzw. Senkens

des vorderen bzw. rückwärtigen Teils des Zylinders findet naturgemäß dieselbe Ablenkung statt. Fassen wir die Bewegungsübertragung der rotierenden Luft auf den Zylinder, wie sie durch Vermittelung der Grundflächen stattfindet, ins Auge, so finden wir bei Rotation des Zylinders von links über oben nach rechts und bei Hebung des vorderen Teils des Zylinders, daß die vordere Grundfläche derart aus der vertikalen Lage in die horizontale überzugehen strebt, daß die Bewegung von unten über vorn nach oben stattfindet. Der Zylinder tritt dabei mit seiner vorderen Grundfläche so in die rotierende Luft ein, daß die rechte Seite der Grundfläche unter einem Winkel von den rotierenden Luftteilchen getroffen wird, während die Luftteilchen an der linken Seite der vorderen Grundfläche unter einem Winkel von ihr entfliehen. An der rückwärtigen Grundfläche findet die umgekehrte Bewegung statt; infolgedessen erhält der Zylinder an seiner vorderen Grundfläche auf der rechten Seite einen nach rückwärts gerichteten und an seiner rückwärtigen Grundfläche auf der linken Seite einen nach vorwärts gerichteten Druck, welche im Verein eine Bewegung des Zylinders mit dem vorderen Ende nach rechts, mit dem rückwärtigen Ende nach links hervorbringen. Bei umgekehrter Rotation des Zylinders und gleichzeitigem entgegengesetzten Heben und Senken des vorderen und rückwärtigen Teils muß naturgemäß wieder dieselbe Ablenkung eintreten, während bei einseitiger umgekehrter Rotation des Zylinders oder entgegengesetztem Heben und Senken der Grundflächen die umgekehrte Ablenkung eintreten muß. Betrachten wir nunmehr das Verhalten einer Kugel, die sich doch in der sie umgebenden Lufthülle um alle unendlich vielen durch ihren Mittelpunkt gehende Achsen drehen kann, ohne in den Bereich der rotierenden Luft zu geraten, so finden wir folgendes: die Bewegung der Lufthülle wird durch die Reibung der Luft an dem sich bewegenden Körper hervorgerufen. Wird nun eine rotierende Kugel aus ihrer Gleichgewichtslage in eine um eine räumliche senkrecht zur Drehachse befindliche Achse drehende Bewegung versetzt, so fällt die Bewegungsrichtung der Atome der Kugeloberfläche nicht mehr vollständig mit der Bewegungsrichtung der Atome der inneren Lufthüllefläche zusammen, und infolgedessen entsteht an einzelnen Stellen der Kugel eine Vergrößerung der Reibung, durch welche die Ablenkung veranlaßt wird.

Denken wir uns zum Beispiel eine Kugel in Rotation um eine Achse befindlich, welch letztere vom Beobachter aus — Südpol — nach vorwärts — Nordpol — gerichtet ist; die Rotation soll von links über oben nach rechts gerichtet sein. Wird nun die Drehachse der Kugel durch irgendeine Kraft hinten gesenkt, vorne gehoben, so reiben sich hinten die von links über oben nach rechts sich bewegenden Teile der Kugel an den von rechts über unten nach links sich bewegenden Teilen der Lufthülle; vorne reiben sich die von rechts über unten nach links sich bewegenden Kugelteile an den von links über oben nach rechts sich bewegenden Luftteilen. Die Reibung wird also am hinteren Ende der Kugel gegen die Rechtsbewegung, am vorderen Ende gegen die Linksbewegung stärker, und demnach muß sich die Kugel mit dem vorderen Ende nach rechts, mit dem hinteren Ende nach links drehen.

Die Wirkung der rotierenden Lufthülle ist also in allen in Betracht gezogenen Fällen dieselbe, das heißt die rotierende Luft lenkt den rotierenden

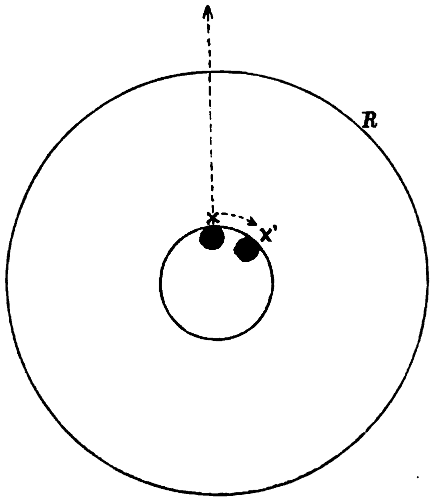
Körper im allgemeinen nach derjenigen Seite, nach welcher sich die rotierenden Massenteilchen bewegen, welche sich in der Richtung des Bewegungsbestrebens der Drehachse befinden. Bei der weiteren Verfolgung der durch die Luft veranlaßten Bewegungen brauchen wir also die verschiedenen Körper (Kugel und Zylinder) nicht besonders zu betrachten und konstruieren demnach folgendermaßen weiter. Wir haben den rotierenden Körper bis dahin verfolgt, wo er durch die eingeleitete Drehung seiner Drehachse in der Vertikalebene (I. Bewegungsmoment) in die rotierende Lufthülle gerückt, alsbald von dieser mit seiner Drehachse aus der Vertikalebene seitlich herausbewegt wird. Durch diese Seitwärtsbewegung (II. Bewegungsmoment) tritt der Körper in die rotierende Lufthülle an der Stelle ein, wo sich diese in entgegengesetzter Richtung wie das ursprüngliche Drehungsbestreben der Achse bewegt, und demnach muß der Körper nun die der Bewegung des ersten Moments entgegengesetzte Richtung einschlagen (III. Bewegungsmoment). Endlich wird der Körper durch die Bewegung des dritten Moments aus denselben Gründen in eine der Bewegung des zweiten Moments entgegengerichtete Bewegung (IV. Bewegungsmoment) versetzt. Wenn die Energie der Bewegungen jedes Moments dieselbe wäre, so müßte die Zusammenstellung der vier Momente einen Kreis ergeben. Nun stehen dem ersten und zweiten Moment nur die Trägheit der Masse entgegen, dem dritten Moment aber außerdem die Bewegungstendenz des ersten Moments. Wenn demnach die Bewegung des dritten Moments eine nur langsame und kurz andauernde ist, so kann die Bewegungstendenz des vierten Moments erst recht nur kurze Zeit zur Geltung kommen, und da die Bewegung dieses Moments außerdem derjenigen des zweiten Moments entgegengerichtet ist, kann sie nur eine ganz minimale sein. Als Schlußresultat der Wirkung der rotierenden Luft erhalten wir also die Bewegung jedes Punktes der Drehachse in einer Zykloide.

Zur Erklärung der bei den Rotationsapparaten durch die Reibung in den Achslagern auftretenden Bewegungseinflüsse diene folgende Betrachtung: Denken wir uns einen frei im Raume schwebenden Zylinder mit geraden Grundflächen, welcher in der Richtung der Zylinderachse mit einer zylindrischen Durchbohrung versehen ist. Die Achse möge sich in wagerechter Lage mit der Richtung vom Beobachter — rückseitiges Ende — nach vorwärts — vorderes Ende — befinden. Durch die Durchbohrung des Zylinders möge ein zylindrischer Stab, welcher an beiden Enden über die Grundflächen des Zylinders hervorragt, frei beweglich durchgesteckt sein. Mittels des durchgesteckten zylindrischen Stabes wird man nun den Zylinder nach allen Richtungen des Raumes beliebig bewegen können, und zwar wird sich die Zylinderachse in derselben Richtung bewegen, in welcher man den durchgesteckten Stab zu bewegen sucht. Drehen wir den Stab zum Beispiel in einer durch die Richtung rückwärts vorwärts gehenden Vertikalebene, so daß sich das rückseitige Ende des Stabes nach oben, das vordere Ende nach unten bewegt, so wird die Achse des Zylinders diese Drehung genau ebenso machen wie der Stab. Anders dagegen wird sich die Bewegungsübertragung von dem Stab auf den Zylinder gestalten, wenn sich der letztere in Rotation um seine Zylinderachse befindet; ich behaupte, daß alsdann gar kein Drehungsbestreben der Zylinderachse in der Vertikalebene eintritt, sondern daß der Stab, welcher sich in dieser

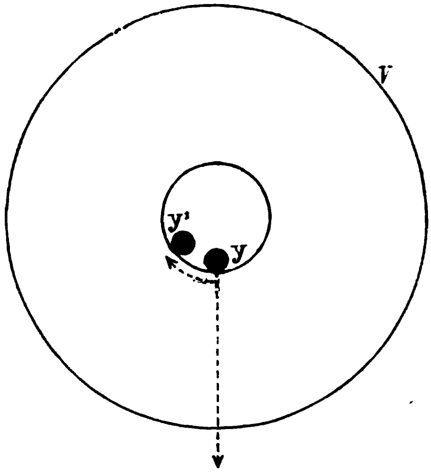
Vertikalebene zu drehen bestrebt ist, alsbald nach Berührung mit der Masse des rotierenden Zylinders aus seiner Richtung abgelenkt wird.

In den beigefügten Figuren II und III möge der große Kreis R die rückseitige, der große Kreis V die vordere Grundfläche des Zylinders darstellen; die kleinen konzentrischen Kreise sollen die zylindrische Durchbohrung und die ganz kleinen exzentrischen Kreise den durchgesteckten Stab andeuten. Wenn wir den Stab in der Vertikalebene der Zylinderachse so zu drehen suchen, daß er sich mit seinem rückseitigen Ende nach oben, mit dem vorderen Ende nach unten bewegt, so wird er in der Nähe der rückseitigen Grundfläche an der oberen Mantelfläche der Zylinderhöhlung mit der Masse des Zylinders Fühlung nehmen; in der Nähe der vorderen Grundfläche wird er den Zylinder an der unteren Mantelfläche der Zylinderhöhlung berühren. Diese Berührungspunkte sind in den Figuren II und III mit x und y bezeichnet. Angenommen der Zylinder befände sich in Rotation von oben über rechts nach unten — welche Rotationsrichtung in den Figuren durch Pfeilstriche bezeichnet ist —, so läßt sich die Bewegungsübertragung folgendermaßen betrachten: Der Stab kommt im Punkte x in Berührung mit Massenteilchen, die sich nach rechts bewegen, im Punkte y kommt er in Berührung mit Massenteilchen, die sich nach entgegengesetzter Richtung, nach links bewegen. Durch die Reibung wird der Stab also im Punkte x nach rechts, im Punkte y nach links bewegt; da ihm aber außerdem im Punkte x ein Bewegungsbestreben nach oben, im Punkte y ein solches nach unten innewohnt, so wird er als Resultierende im Punkte x eine Richtung nach oben rechts, im Punkte y eine Richtung nach unten links einschlagen. Auf diesem Wege kommt der Stab nun aus der Lage bei x in die Lage bei x′, aus der Lage bei y in die Lage bei y′ und dadurch in Berührung mit Massenteilchen des Zylinders, die bei x′ eine nach unten rechts, bei y′ eine nach oben links gerichtete Bewegung besitzen.

Figur II.




Figur III.

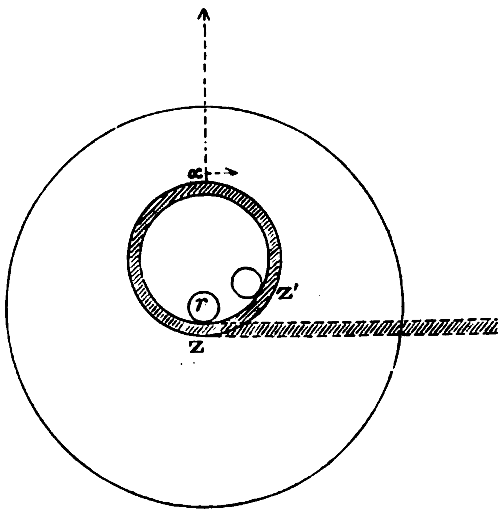


Der Stab wird also durch die Reibung bei x' nach unten rechts, bei y' nach oben links bewegt, welche Bewegungsrichtung sich bei x' in eine nach rechts und eine nach unten, bei y' in eine nach links und eine nach oben gerichtete Komponente zerlegen läßt. Die Ablenkung des Stabes bei x' nach unten und bei y' nach oben ist nun seiner Bewegungsrichtung, welche eine Ablenkung überhaupt veranlaßt und möglich gemacht hat, gerade entgegengesetzt; es handelt sich also darum, abzuwägen, wie sich die Größenverhältnisse der verschiedenen Bewegungen gestalten werden. Die seitliche Ablenkung des Stabes aus der Vertikalebene, in welcher er zu drehen versucht wird, ist abhängig von der Reibung zwischen Stab und Zylinder und demnächst von der Rotationsgeschwindigkeit des Zylinders. Diese Seitenablenkung hat also zur Bedingung, daß der Stab sich in der Vertikalebene zu drehen sucht, und hört in dem Moment auf, in welchem die Bedingung fortfällt, das heißt, wenn der Stab sich nicht mehr in der Vertikalebene zu drehen strebt und dadurch nicht mehr mit der Zylindermasse in Berührung tritt. Da nun die obenerwähnte Ablenkungskomponente in der Vertikalebene, also im Punkte x' nach unten, im Punkte y' nach oben, nur eine Funktion der seitlichen Ablenkung ist, so kann dieselbe niemals so groß werden, wie das ursprüngliche Drehungsbestreben des Stabes in der Vertikalen nach entgegengesetzter Richtung. Die Ablenkungskomponente in vertikaler Richtung kann sich in ihrer Größe dem ursprünglichen Drehungsbestreben nur unendlich nähern, so daß sich die Bewegung in der Vertikalen auf ein äußerst kleines Positivum in Richtung des ursprünglichen Drehungsbestrebens des Stabes reduziert. Denn gesetzt der Fall träte ein, daß die ablenkende Komponente in der Vertikalen ebenso groß würde wie das Drehungsbestreben des Stabes, so würde die Bewegung des Stabes in der Vertikalen gleich 0, da die ablenkende Bewegung in der Vertikalen die entgegengesetzte Richtung hat, wie das ursprüngliche Drehungsbestreben in der Vertikalebene. Damit würde dann sofort die Bedingung für die seitliche Ablenkung fortfallen und diese aufhören, und mit dem Aufhören der seitlichen Ablenkung verschwindet wieder die Bedingung für das Auftreten einer Ablenkung in vertikaler Richtung. So muß die endresultierende Bewegung des Stabes mit dem Zylinder an der rückseitigen Grundfläche nach oben rechts, an der Seite der vorderen Grundfläche nach unten links gerichtet sein. Je nach dem Verhältnis der Größe der Rotationsgeschwindigkeit des Zylinders zum Drehungsbestreben des Stabes wird die endresultierende Bewegung sich mehr der Richtung nach rechts bzw. links, oder nach oben bzw. unten nähern. Denken wir uns ferner einen frei im Raum schwebenden massiven Zylinder, welcher in der Richtung der Zylinderachse zu beiden Seiten über die Grundflächen hinaus mit zylindrischen stabartigen Angüssen versehen ist. Um diese stabartigen Angüsse möge je ein Ring mit mäßigem Spielraum umgelegt sein. Mittels dieser Ringe kann man alsdann die Zylinderachse nach allen Richtungen des Raumes hin beliebig drehen. Betrachten wir hier nur die Übertragung der Bewegung des am rückseitigen Ende aufgesteckten Ringes auf den von oben über rechts nach unten rotierenden Zylinder.

In der beigefügten Figur IV bedeutet der große Kreis die rückseitige Grundfläche des Zylinders, der konzentrische kleinste Kreis r bedeutet die

Projektion des stabartigen Angusses und die schraffierte Fläche den beweglichen Ring. Wenn wir den Ring nach oben zu bewegen suchen, so wird er an der unteren Mantelfläche des zylindrischen Angusses im Punkte z der Figur IV mit dem rotierenden Zylinder Fühlung nehmen. Durch die bei der Berührung entstehende Reibung wird der Zylinder mit seinem Angusse den umgelegten Ring in Mitrotation in derselben Richtung, welche der Zylinder selbst hat, versetzen, und da der Ring neben dieser rotierenden Bewegung sein Bewegungsbestreben nach oben beibehält, so wird derselbe gleichsam als ein Stab ohne Ende zu betrachten sein, welcher ein Bewegungsbestreben nach oben hat und auf welchem der Zylinder mit seinem Angusse mittels der Reibung nach rechts rollt. Die hieraus entstehende resultierende Bewegung der Drehachse würde nach oben rechts gerichtet sein. Betrachten wir jedoch den Ring nicht als frei drehbar, sondern zum Beispiel wie im Punkte α der Figur IV mit einem Faden verbunden, durch welchen er das Bewegungsbestreben nach oben empfängt, so wird sich das Drehungsbestreben des Ringes im Punkte α in ein nach rechts gerichtetes Bewegungsbestreben auf den Faden übertragen. Der Anguß des Zylinders wird alsdann innerhalb des Ringes fortzurollen suchen und hierbei in die Lage z′ der Figur IV kommen. In dieser Lage werden nun die Massenteilchen des Angusses, welche sich von oben über rechts nach unten bewegen, den Ring mittels der Reibung nach unten zu bewegen suchen, welch letztere Bewegung der ursprünglichen Bewegungsrichtung des Ringes gerade entgegengesetzt ist. Die endresultierende Bewegung des rotierenden Zylinders wird also nach vorliegender Betrachtung mit seinem rückseitigen Ende nach oben rechts gerichtet sein. Das Resultat ist also in den beiden betrachteten Fällen dasselbe. Die Abweichung des rotierenden Körpers findet im ganzen nach derjenigen Seite hin statt, nach welcher sich die rotierenden Massenteilchen bewegen, welche sich in der Richtung des Bewegungsbestrebens der Drehachse befinden.

Figur IV.




Aus dieser Betrachtung ist man nun berechtigt, die Schlußfolgerung zu ziehen, daß die Ablenkung eines rotierenden Körpers nicht nur dann erfolgen muß, wenn man die Richtung seiner Drehachse zu ändern strebt, sondern auch dann, wenn man die Lage der Drehachse parallel zu ihrer ursprünglichen Richtung durch Bewegungsübertragung mittels eines fremden Körpers zu ändern strebt. Bei den bekannten Rotationsapparaten tritt eine Ablenkung der Achse

des rotierenden Körpers scheinbar nicht ein, wenn man den rotierenden Körper mit der Achse parallel ihrer ursprünglichen Richtung zu bewegen sucht, welche Erscheinung sich aber leicht erklären läßt. Der rotierende Körper erhält schon lediglich vermöge der durch die Schwere entstehenden Reibung im Achslager ein Ablenkungsbestreben. Diesem steht nun gewöhnlich ein permanenter Widerstand entgegen, welcher die ablenkende Bewegung nicht zur Ausführung kommen läßt. Der Widerstand hebt die Ablenkung also gewissermaßen auf, und da er neben dem gedachten Bewegungsbestreben des Körpers bestehen bleibt, wird der letztere sich gerade so bewegen, als wenn ihm keine Rotation innewohnte. Sucht man dagegen den rotierenden Körper so zu bewegen, daß sich die Richtung der Drehachse ändert, so ändert sich auch der Widerstand in den Achslagern, und zwar tritt er an den entgegengesetzten Enden der Achse entweder in entgegengesetzter Richtung oder in derselben Richtung mit verschiedener Intensität ein, und dadurch wird die Ablenkung veranlaßt.

Was nun die Bewegungen des Gyroskops bzw. der rotierenden Körper im Fesselschen oder Bohnenbergerschen Apparat betrifft, so lassen sich dieselben sehr gut mit den vorbeschriebenen Bewegungen der frei schwebend gedachten rotierenden Körper vergleichen. Die rotierenden Körper in den Rotationsapparaten werden durch die Anziehungskraft der Erde mit unveränderter Richtung ihrer Drehachse nach dem Erdmittelpunkte hin zu bewegen gesucht und die Veränderung der Richtung der Drehachse wird durch die Lage des Unterstützungspunktes außerhalb der Schwerpunkt-Senkrechten bewirkt, wodurch die Reibungswiderstände in den beiden Achslagern entweder in verschiedener Richtung oder in derselben Richtung aber mit verschiedener Intensität auftreten.

Wenn wir nun durch vorstehende Betrachtungen gesehen haben, daß die Ablenkungen der Drehachse rotierender Körper nur durch außerhalb des Körpers befindliche Einflüsse hervorgebracht werden können, und daß die in Betracht gezogenen Einflüsse der rotierenden Luft und der Reibung im Achslager in demselben Sinne wirken, so wollen wir jetzt die theoretisch konstruierten Bewegungsformen mit den experimentell zu gewinnenden vergleichen.

Das großartigste Experiment bietet uns die Natur in der Bewegung der Erdachse. Nun ist es bekannt, daß diese ihre Bewegung, welche die Präzession herbeiführt, genau in der ablenkenden Richtung vollzieht, wie wir solche bei der Betrachtung des Einflusses der rotierenden Lufthülle konstruiert haben. Daß bei der Erde die Wasserhülle in derselben Weise wie die Lufthülle wirkt, bedarf natürlich bloß der Erwähnung. Es fragt sich nun: wie stellt sich das Verhalten der Erdachse zu der bisher herrschenden Theorie der Zusammensetzung der Drehungen? Daß man dieser Theorie gemäß dieselbe ablenkende Bewegung der Erdachse erhält, indem man die Nord-Süd-Pol-Achse sich fortwährend in die Lage der konstruierten resultierenden Drehachse hineinbegeben läßt, ist natürlich nur als ein gewaltsames Anpassen des Gesetzes vom Parallelogramm der Drehungen an die tatsächliche Erscheinung zu erachten, denn man ist nicht berechtigt, die Drehung der Erde um die ihr eigentümliche, also körperliche Nord-Süd-Pol-Achse mit dem Drehungsimpuls zu kombinieren, welcher die Nord-Süd-Pol-Achse senkrecht zur Ekliptik stellen will. Dieser Drehungsimpuls erfolgt um eine räumliche Achse, welche in der Ebene der

Ekliptik gelegen, senkrecht zur Nord-Süd-Pol-Achse gerichtet ist. Wenn also die Erde nur aus fester Masse gebildet wäre, so würde der Impuls, welcher die Nord-Süd-Pol-Achse senkrecht zur Ekliptik stellen will, bewirken, daß die Erde unbeschadet ihrer Rotation um die Nord-Süd-Pol-Achse mit dieser Achse eine Pendelung in der durch dieselbe gehenden senkrecht zur Ekliptik befindlichen Ebene einginge. Daß die Erde diese Pendelung nicht eingeht, sondern sich mit der Nord-Süd-Pol-Achse seitlich aus der Vertikalebene zur Ekliptik herausbewegt, kann seinen Grund also nur in anderen Bewegungsursachen haben. Nun wissen wir, daß dieselbe Kraft — Anziehungskraft der Sonne und des Mondes —, welche der festen Erdmasse den Impuls erteilt, sich mit der Nord-Süd-Pol-Achse senkrecht zur Ekliptik zu stellen, dem flüssigen Wasser und der gasförmigen Atmosphäre einen ganz anderen Impuls erteilt, welchem diese Massen durch die Bildung der Ebbe und Flut Folge geben. Die feste Erdmasse sucht sich also, dem Impuls zur Aufrichtung der Nord-Süd-Pol-Achse folgend, innerhalb der bewegten Luft- und Wasserhülle zu bewegen und muß dabei, wie wir oben gesehen haben, von dieser Hülle in Bewegung gesetzt werden, und zwar in der Weise, wie es die Bewegungserscheinung, welche die Präzession herbeiführt, zeigt.

Es liegt nun die Frage nahe, ob sich die gefundenen Bewegungseinflüsse nicht dem berechtigten Wunsche gemäß in Rechnung stellen lassen, um mit den etwa zu findenden Rechnungsresultaten die Größe der Ablenkung vergleichen zu können. Aber ebensowenig wie man nach der bisher herrschenden Theorie eine Rechnung anstellen kann, indem man über die Verteilung der Masse der Erde auf den Gesamterdkörper absolut im unklaren ist und demnach die Trägheitsmomente für die verschiedenen Achsen nicht berechnen kann, ebensowenig können wir den Bewegungseinfluß der Luft- und Wasserhülle der Rechnung unterziehen, da wir weder die Gesetze der Luft- und Wasserreibung noch die Gestalt der Oberfläche der festen Erdmasse unter der Wasserhülle kennen.

Daß die Kraft, welche die Ablenkung der Erdachse verursacht, übrigens nur gering sein muß, ergibt sich aus der außerordentlichen Langsamkeit, mit der die ablenkende Bewegung vor sich geht. Die einmalige Pendelung der Erdachse in der Kegeloberfläche, welche die Präzession herbeiführt, dauert bekanntlich etwa 26 000 Jahre; dieses ergibt eine räumliche Veränderung der Lage des Nord- oder Südpols, wenn man von der Bewegung der Nutation und den übrigen kleinen Schwankungen absieht, von etwa 0,02 Millimeter pro Sekunde. Demgegenüber möge man bedenken, daß die Geschwindigkeit der Masse, welche die Ablenkung teils durch Stoß, teils durch Reibung bewirkt, also der Luft- und Wasserhülle an der Oberfläche des festen Erdkörpers zwischen 0 und 468 Meter pro Sekunde liegt.

Bei den Rotationsapparaten Gyroskop, Fesselscher Apparat, Bohnenbergers Maschinchen sind die Ablenkungserscheinungen der Drehachse der rotierenden Körper stets dieselben. Ich lege demnach der folgenden Betrachtung nur einen derselben, und zwar Bohnenbergers Maschinchen zugrunde. Dieser Apparat ist als der vollkommenste von allen vorgenannten zu erachten, weil sich die Drehachse des rotierenden Körpers bei demselben nach allen Richtungen des Raumes

hin und unbegrenzt um den Mittelpunkt des Systems bewegen läßt. Zur Beobachtung der in folgendem zu erörternden Bewegungen denke man sich in den Mittelpunkt des Systems versetzt, das Gesicht nach der Seite gerichtet, an welcher die Beschwerung angebracht wird, welche die Drehung um eine horizontale Achse veranlaßt. Als eingesetzter Körper kann ein beliebiger Rotationskörper, dessen Schwerpunkt mit dem Mittelpunkt des Systems zusammenfällt, angenommen werden. Den eingesetzten Körper nennen wir Figur, die Drehachse desselben Figurachse. Wenn die Beschwerung nicht am Apparat angebracht ist, befindet sich die Figurachse natürlich in jeder Lage, die man ihr gibt, im Gleichgewicht. Beschwert man das eine Ende der horizontal gestellten Figurachse, so tritt bei Nichtrotation der Figur eine Drehung der Figurachse in der Vertikalebene ein, in welcher sie sich ursprünglich befindet; die Figurachse pendelt dabei in dieser Vertikalebene so lange um den Mittelpunkt des Apparats, bis die Pendelschwingungen sich durch die Reibung in den Aufhängepunkten — Achslager des inneren Ringes des Apparats — aufgezehrt haben und die Figurachse senkrecht mit der Seite der Beschwerung nach unten gerichtet steht. Rotiert die Figur in der Richtung von oben über rechts nach unten, so bewegt sich die horizontal gestellte Figurachse bei angebrachter Beschwerung nach links, wobei sich jeder Punkt der Achse in einer sich verengenden Spirale um die Vertikale durch den Mittelpunkt des Systems bewegt. Der Gang der Spirale ist so lange ziemlich flach, also der horizontalen Richtung sich nähernd, wie die Rotation der Figur noch bedeutend ist, während mit Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit die Gänge der Spirale steiler werden, bis endlich die Figurachse senkrecht mit der Beschwerung nach unten gerichtet steht. Das Experiment zeigt also in vollem Maße die Bewegungen, die ich aus dem Einflusse der rotierenden Lufthülle wie der Reibungswiderstände in den Achslagern konstruiert habe, wobei ich bemerke, daß die Bewegung der Lufthülle nur in geringem Maße bei der Hervorbringung der Ablenkungsbewegung beteiligt sein kann. Nach der bisher herrschenden Theorie, welche das Gesetz des Parallelogramms der Drehungen zur Erklärung der beobachteten Erscheinungen heranzieht, müßte die ablenkende Bewegung der Figurachse vollkommen in horizontaler Richtung erfolgen; jeder Punkt der Achse müßte also statt einer sich verengenden Spirale einen Kreis um die Vertikale durch den Mittelpunkt des Systems beschreiben. Da dieses nun beim Experiment nicht der Fall ist, so wurde dieser Umstand dem Einflusse der in den Achslagern entstehenden Reibung zugeschrieben, ohne daß man sich aber jemals mit der Ergründung des Bewegungseinflusses dieser Reibung beschäftigt hätte. Nun wissen wir aber aus den vorstehenden Betrachtungen, daß die in den Achslagern entstehende Reibung, sowie überhaupt jeder von außerhalb auf die Figur wirkende Einfluß auf eine Bewegung der Figurachse in schräger zwischen der Horizontalen und Vertikalen gelegenen Richtung einwirkt; von dieser Bewegung ist die horizontale Komponente nach der Seite gerichtet, nach welcher die resultierende Drehachse gemäß Konstruktion des Parallelogramms der Drehungen liegt. Der Effekt der Reibung in den Achslagern in Verbindung mit der Bewegung der Figurachse in rein horizontaler Richtung gemäß Rotationsparallelogramm könnte also in Konsequenz der Anwendung des Gesetzes

vom Parallelogramme der Drehungen nur der sein, daß sich die Figurachse an der Seite der Beschwerung über die horizontale Richtung erhöbe, statt daß sie sich, wie es tatsächlich der Fall ist, unter die horizontale Richtung senkt. Daß dieses Senken bei Beginn der Bewegung der Figurachse kaum bemerklich ist, so daß die Senkung bei Beginn der Bewegung fast unmeßbar scheint, hat natürlich seinen Grund in dem Verhältnis der großen Rotationsgeschwindigkeit um die Figurachse zu der äußerst kleinen Rotationsbeschleunigung um die räumliche horizontale Achse. In dieser Beziehung müssen wir bedenken, daß die Beschwerung des Apparats, wenn sie allein unter dem Einfluß der ihr durch die Anziehung der Erde erteilten Beschleunigung stände, ihre Bewegung im freien Falle mit der Geschwindigkeit 0 beginnen würde, daß sie in vorliegendem Falle aber eine sehr viel größere Masse, wie sie selbst hat, in pendelnde Bewegung setzen und die dabei unvermeidliche Reibung überwinden muß, und wir müssen ferner bedenken, daß die der Masse durch die Beschwerung erteilte Beschleunigung nur wenig zur Wirkung kommt, weil ja bekanntlich die Ablenkungskomponente in vertikaler Richtung der Beschleunigung durch die Beschwerung entgegengerichtet ist. Nach der bisher herrschenden Theorie kommt es aber bei der Konstruktion der Ablenkungsrichtung gar nicht auf das Verhältnis der Geschwindigkeiten um die Komponentenachsen an, sondern die resultierende Achse liegt stets in der Ebene, welche den Komponentenachsen gemeinsam ist, also im vorliegenden Falle beim Bohnenbergerschen Apparat in der Horizontalebene. Die durch die Reibung in den Achslagern entstehende Verminderung der Rotationsgeschwindigkeit ist also bei Konstruktion der Bewegungsrichtung gemäß Rotationsparallelogramm nicht von Einfluß; sie kann nur für die Bestimmung der Geschwindigkeit der Bewegung zur Sprache kommen.

Wenn wir so gesehen haben, in welcher Weise man die theoretisch konstruierten Ablenkungsbewegungen experimentell ausführen kann, kommen wir jetzt zu der Frage, ob man nicht auch imstande ist, die gleichzeitige Rotation eines Körpers um eine dem Körper eigentümliche also körperliche Achse und um eine bestimmte räumliche Achse, sowie die Drehung eines Körpers um eine aus dem Drehungsbestreben um zwei Komponentenachsen resultierende Mittelachse experimentell vorzuführen. Zu beiden Experimenten muß ich nun das Bohnenbergersche Maschinchen als vollkommen tauglich erachten.

Zur Ausführung des erstgenannten Experiments, also der etwa so zu nennenden doppelten Rotation braucht man nur bei irgendeinem der Rotationsapparate die nach der Seite ablenkende Bewegung eines rotierenden Körpers durch irgendeine Kraft oder einen Widerstand aufzuheben, so bewegt sich der rotierende Körper ebenso, wie er sich ohne Rotation bewegen würde. In diesem Umstande liegt zugleich der experimentelle Beweis dafür, daß die Ablenkung durch eine von außen auf den Körper einwirkende Kraft veranlaßt sein muß, denn wenn die Ablenkung durch die dem Körper innewohnenden Kräfte direkt ohne Vermittelung äußerer Massen veranlaßt würde, so würde in irgendeiner Weise eine Abnahme der Rotationsgeschwindigkeiten eintreten müssen, da nach dem Prinzip der Erhaltung der Kraft durch die hinzutretende Kraft, welche die Ablenkung verhindert, diejenige Kraft absorbiert wird, welche die Ablenkung veranlaßt. Wenn man zum Beispiel beim Bohnenbergerschen Maschinchen

den Ring, welcher um eine vertikale Achse drehbar ist, feststellt und läßt den Apparat wie gewöhnlich unter Anbringung der Beschwerung funktionieren, so bewegt sich die eingehängte Figur, was die Bewegungsrichtungen anbelangt, mit Rotation ebenso wie ohne Rotation; was die Geschwindigkeit der Bewegungen anbelangt, so muß ich auf einen kleinen Unterschied aufmerksam machen, welcher eine sehr einfache Erklärung findet. Wir haben oben gefunden, daß die Figurachse unter dem Einflusse der an einem Ende derselben angebrachten Beschwerung eine Pendelung in der Vertikalen durchmacht. Diese Pendelung geht nun viel freier und leichter vor sich, wenn die Figur um ihre Achse rotiert, als wenn dies nicht der Fall ist. Die Erscheinung kann ihren Grund ja nur in der Verminderung der Reibung in den Aufhängungspunkten des Pendels, also in den Achslagern des inneren Ringes haben, und ist diese Verminderung der Reibung leicht in folgendem Umstande zu erkennen: Wenn die Figur um die Figurachse rotiert, so sucht sich der innere Ring des Maschinchens in fast horizontaler Richtung um die Mittelpunktsenkrechte des Systems zu drehen. Da wir nun den Ring, welcher um diese Vertikale drehbar ist, und in welchem die Achse des inneren Ringes ruht, festgestellt haben, so treten die Achsspitzen des inneren Ringes in ihren Lagern von dem tiefsten Punkt nach den Seitenwänden des Achslagers hin und befinden sich hier gleichsam in der Schwebe hängend, wodurch die Reibung sehr viel geringer werden muß, als wenn die Achsspitzen im tiefsten Punkt ihres Lagers ruhen. Will man nun die doppelte Rotation am Bohnenbergerschen Maschinchen zeigen, so läßt man die Beschwerung am besten ganz weg, setzt die Figur durch Abziehen einer Schnur in Drehung um ihre Figurachse und dreht den inneren Ring durch einen Stoß mit der Hand um seine horizontale Achse, dann dreht sich die Figur gleichzeitig um ihre Figurachse und um eine räumliche horizontale Gerade.

Zur Ausführung des Experiments der Kombination der Drehungsbestreben um zwei Achsen zur Drehung um eine resultierende Achse, löse man zunächst wieder den um die vertikale Achse drehbaren Ring, drehe diesen Ring um seine Achse und gleichzeitig den inneren Ring des Maschinchens um die seinige, so wird die eingehängte Figur nur eine Drehung um eine einzige resultierende körperliche Achse durchmachen, welche zugleich mit einer bestimmten räumlichen Geraden zusammenfällt. Erteilt man der Figur aber vorher eine Rotation um ihre Figurachse, so behält sie diese vollkommen bei und dreht sich außerdem um die obenerwähnte resultierende räumliche Gerade. Da es sehr schwierig ist, das Verhältnis der Drehungen um die Komponentenachsen experimentell zu finden, welches zur Hervorbringung der Drehung der Figur um eine ganz bestimmte resultierende Richtung notwendig ist, so macht man das Experiment am zweckmäßigsten in indirekter Weise, indem man die Figur sich um eine beliebig zu bestimmende Gerade drehen läßt und dabei die Drehungen der Ringe um ihre Achsen verfolgt.

Untersuchen wir endlich noch die Bewegungen des auf einer horizontalen Ebene stehenden rotierenden Kreisels. Die Anziehungskraft der Erde sucht den Kreisel mit unveränderter Richtung der Drehachse zum Erdmittelpunkte hin zu bewegen; durch die Berührung der Spitze des Kreisels mit der gedachten Ebene findet ein Bestreben zur Richtungsänderung der Drehachse statt, wenn

die Richtung der Schwere nicht in der Richtung der Drehachse liegt, das heißt, wenn die Richtung der Schwere nicht durch den Schwerpunkt und Unterstützungspunkt geht. Diesen Fall zugrunde gelegt, treten folgende Bewegungen des Kreisels ein: Nach unseren physikalischen Erfahrungen gibt es keine absoluten Körperspitzen; der Kreisel kommt also mit einer mehr oder minder großen Fläche mit der gedachten Ebene in Berührung. Die Fläche, welche den Kreisel unten begrenzt, wird sich der halbkugelförmigen Gestalt um so mehr nähern, je regelmäßiger der Körper gebildet ist. Mittels der Reibung wird sich die kugelförmige Fläche — Unterstützungspunkt des Kreisels — auf der gedachten Ebene rollend fortbewegen; der Schwerpunkt des Kreisels wird dabei durch die Festigkeit des Materials mit fortgerissen werden.

Angenommen der Schwerpunkt würde in seiner Lage im Raume verharren, so würde sich der Unterstützungspunkt rollend in der Peripherie eines Kreises auf der Ebene bewegen; der Mittelpunkt des Kreises würde in der Schwerpunkt-Senkrechten liegen. Da in dem Kreisel jedoch die Tendenz zum Fallen vorhanden ist, durch welche sich die Projektion des Schwerpunkts immer mehr vom Unterstützungspunkt zu entfernen sucht, so müßte sich unter Berücksichtigung dieser Tendenz der Unterstützungspunkt in einer Spiralen mit der Richtung vom Mittelpunkt nach außen bewegen. Durch die fortschreitende Bewegung des Unterstützungspunkts wird aber der Schwerpunkt vermöge der Festigkeit des Materials mitgerissen; der Schwerpunkt erhält also eine Bewegungstendenz nach der Peripherie des Kreises hin, welche seinem Bestreben umzufallen entgegengerichtet ist.

Die Geschwindigkeit der rollenden Bewegung des Unterstützungspunkts auf der Ebene richtet sich wesentlich nach der Geschwindigkeit der Rotation des Kreisels um seine Drehachse; ist diese letztere Geschwindigkeit groß, so wird die Geschwindigkeit der rollenden Bewegung des Unterstützungspunkts ebenfalls groß sein. Bei großer Rotationsgeschwindigkeit des Kreisels wird demnach das Bewegungsmoment des Schwerpunkts nach der Peripherie des Kreises hin größer sein wie das Bewegungsmoment zum Umfallen des Kreisels, und infolgedessen wird dann ein Aufrichten der Drehachse des Kreisels zur Senkrechten stattfinden, indem sich die Bahn des Unterstützungspunkts spiralenförmig verengt. Bei Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit des Kreisels erweitert sich demnächst die Bahn des Unterstützungspunkts, indem die fallende Tendenz mehr und mehr zur Geltung kommt.

## Zweiter Teil.

# Die Geschoßbewegung.

Das Geschoß besitzt beim Verlassen der Geschützmündung in zwei Bewegungsarten eine bestimmte Energie. Einmal sucht sich jedes Atom desselben in einer bestimmten geraden Linie mit gleicher Geschwindigkeit zu bewegen, und ferner hat jedes Atom eine rotierende Bewegung um die Längenachse des Geschosses. Das Geschoß ist nun fortwährend der Anziehungskraft der Erde ausgesetzt, welche jedem Atom gleiche Beschleunigung nach dem Erdmittelpunkte hin erteilt. Wenn die dem Geschosse innewohnende Energie demselben vollständig erhalten bliebe, so würde die Flugbahn jedes Punktes der Längenachse eine Parabel sein. Die Lage und Richtung der Geschoß-Längenachse würde während des Fluges in der Parabel unverändert bleiben, da die Längenachse als eine freie Achse betrachtet werden muß und diese daher ebenso stabil bleibt, wenn das Geschoß um sie rotiert, wie sie es ist, wenn das Geschoß nicht um sie rotiert.

Da das Geschoß seine Bewegung durch einen anderen Körper, die Atmosphäre, hindurch vollziehen muß, so schließt sich hieran die Betrachtung der Übertragung eines Teils der dem Geschosse innewohnenden Energie auf den Luftkörper bzw. auf den Gesamtstoff. Zur Vereinfachung des Verfahrens schließe ich von meiner nächstliegenden Betrachtung die Rotation um die Längenachse aus. Dadurch, daß sich das Geschoß in der Luft bewegt, wird die letztere ebenfalls in Bewegung gesetzt, und nach dem Prinzip der Erhaltung der Kraft muß die der Luft mitgeteilte Energie gleich der dem Geschoß entnommenen sein. Dieser Verlust kann sich natürlich, da die Masse des Geschosses erhalten bleibt, nur durch Geschwindigkeitsverlust äußern.

Wenn der Geschwindigkeitsverlust für jedes Atom gleich groß wäre, so würde die Lage des Geschosses im Raum vollkommen dieselbe bleiben, dagegen würde der Weg jedes einzelnen Atoms nicht mehr die Parabel, sondern eine andere Kurve sein. Diese müßte sich dem Erdmittelpunkte mehr zuwenden, wie die Parabel, weil die Anziehungskraft der Erde bei derselben Weggröße längere Zeit zur Geltung käme; andererseits jedoch müßte die Kurve sich mehr vom Erdmittelpunkt entfernen, weil der Luftwiderstand außer seinem verzögernden auch einen die Richtung ändernden Einfluß geltend macht. Der Luftwiderstand wird durch die Bewegung hervorgerufen, wirkt also auch nur in der Bewegungsrichtung; das Geschoß, welches eine Kurve zu durchfliegen sucht, erhält demnach seinen Widerstand in Richtung der Tangente dieser

Kurve. Im Moment des Verlassens der Geschützmündung fällt die Längenachse des Geschosses also mit der Richtung des Luftwiderstandes zusammen, in allen folgenden Momenten jedoch bilden Längenachse und Luftwiderstandsrichtung einen Winkel. Da das Geschoß ein Rotationskörper, so bildet es mit seinem zylindrischen Teile denselben Winkel gegen die Luftwiderstandsrichtung, wie mit der Längenachse, und die Folge davon ist, daß das Geschoß nach den Gesetzen über die Bewegungen auf der schiefen Ebene in diesem Falle, da die Kurve von der Abgangsrichtung nach unten abweicht, aus seiner Richtung nach oben hin abweichen muß.

Ich habe vorläufig angenommen, daß der durch den Luftwiderstand hervorgerufene Geschwindigkeitsverlust für jedes Atom derselbe wäre; in Wirklichkeit ist der Verlust jedoch durchaus ungleich, und es findet nur in gewisser Beziehung ein Ausgleich der Geschwindigkeiten unter den Atomen statt. Die Übertragung der dem Geschoß innewohnenden Energie auf den Luftkörper geschieht durch Vermittelung derjenigen Atome des Geschosses, welche an der Fläche verteilt sind, die sich in der Bewegungsrichtung vorn befindet. Die zunächst mit der Luft zusammenstoßenden Atome geben ihre Energie an die Luftatome ab und erhalten ihrerseits Ersatz durch die in der Bewegungsrichtung dahinter liegenden Atome. Bei weichen Stoffen finden wir sogar häufig die Erscheinung, daß, wenn der Geschwindigkeitsverlust sehr heftig ist, die rückwärts gelegenen Atome sich zur Bewegungsübertragung den vorderen Atomen nähern — Stauchung. — Wenn nun der Luftwiderstand in der Richtung der Längenachse des Geschosses wirkte, so würde bei der vorhandenen Festigkeit des Geschoßmaterials die Geschwindigkeit aller Massenteilchen des Geschosses stets dieselbe bleiben.

Zur Vereinfachung der Erklärungen werde ich in folgendem diejenige Ebene, in welcher sich die dem Geschosse durch die Pulvergase erteilte Bewegung, wie die Anziehungskraft der Erde zu äußern suchen, Seelenachsen-Vertikalebene nennen. Die Längenachse des Geschosses ist nun zunächst als in dieser Ebene befindlich zu denken, und diese halbiert daher auch den Luftwiderstand; denn da das Geschoß ein Rotationskörper ist, so sind alle Verhältnisse für den Luftwiderstand auf beiden Seiten der bezüglichen Ebene gleich. Es bleibt nun noch diejenige Ebene in Betracht zu ziehen, welche, senkrecht zur Seelenachsen-Vertikalebene befindlich, ebenfalls den Luftwiderstand halbiert. Diese Ebene muß jedenfalls auch die Richtung des Luftwiderstandes repräsentieren, und sie wechselt daher mit der Tangentenlage der Geschoßbahn. Die Schnittlinie dieser Ebene mit der Seelenachsen-Vertikalebene bezeichnet man allgemein als Luftwiderstandsresultante, und sowohl praktische Versuche wie Berechnungen haben ergeben, daß die Luftwiderstandsresultante die Längenachse der gebräuchlichen Geschosse zwischen Schwerpunkt und Geschoßspitze schneidet. Dadurch wird eine Drehung des Geschosses um eine räumliche horizontale Achse angeregt, welcher Bewegungsimpuls nach der bisher üblichen Betrachtungsweise in Verbindung mit der Längenachsenrotation zur Konstruktion einer Drehung des Geschosses um eine resultierende Achse benutzt wird. Daß eine derartige mathematische Zusammensetzung der Drehungen nicht gestattet ist, haben wir aus den vorhergehenden Erörterungen über die Drehung der

Körper schon kennen gelernt, wir kommen daher jetzt zu der Frage, in welcher Weise sich die bekannten Bewegungserscheinungen der Langgeschosse — die Seitenablenkung und die im Fluge wahrnehmbaren Pendelungen — aus den Ablenkungseinflüssen der Luft erklären lassen.

Bei der Betrachtung der Ablenkungsbewegungen der Drehachse rotierender Körper haben wir gesehen, daß der rotierende feste Körper von der rotierenden ihn umgebenden Lufthülle bewegt wird. Diese Betrachtung muß auch für die Geschoßbewegung maßgebend sein, und zwar ist beim Geschoß die Mitrotation der Luft — in letzter Linie die Luftreibung — natürlich die alleinige ablenkende Ursache.

Wenn sich das Geschoß in Richtung seiner Längenachse fortbewegen würde, so müßte sich der Luftwiderstand auf allen Seiten gleichmäßig äußern, indem er die um das Geschoß rotierende Luft gleichsam nach rückwärts abstreifte. Die Geschoßachse fällt jedoch nur im Moment des Verlassens der Geschützmündung mit der Bewegungsrichtung zusammen; alsdann bildet die Bewegungsrichtung einen Winkel mit der Geschoßachse, wobei die letztere vom Boden zur Spitze nach oben geneigt ist. Der Luftwiderstand trifft also bei Rechtsrotation der Geschosse die rotierende Lufthülle an der rechten Seite in entgegengesetzter, an der linken Seite in gleicher Richtung; demnach entsteht an der rechten Seite des Geschosses eine Luftverdichtung, durch welche ein Druck von rechts nach links auf das Geschoß ausgeübt wird; an der linken Seite dagegen werden die Luftteilchen so schnell am Geschoß entlang fließen, daß hier die Erscheinung des Clément-Desormeschen Phänomens eintreten wird, das heißt, daß der durch die Anziehungskraft der Erde hervorgerufene allgemeine Luftdruck an der linken Seite vermindert wird. Hier muß ich zunächst einschaltend bemerken, daß ich eine das Geschoß umgebende rotierende Lufthülle nur in die Betrachtung gezogen habe, um diese anschaulicher zu machen. Wir können uns den Vorgang auch direkt aus der Reibung zwischen der Geschoßoberfläche und der Luft erklären; während nämlich die an der rechten Seite des Geschosses abfließende Luft wegen der entgegengesetzt gerichteten Bewegung der Luft- und Geschoßteilchen eine Verdichtung erfährt, entsteht an der linken Seite des Geschosses durch das durch die Rotation herbeigeführte schnellere Abfließen der Luft eine Luftverdünnung.

Wir stehen nun ferner vor der Frage: In welcher Weise tritt das Geschoß nach links aus der Seelenachsen-Vertikalebene heraus? Theoretisch läßt sich diese Linksbewegung nicht konstruieren, da wir die Wirkung von sich zusammenschiebenden bzw. auseinanderfließenden Luftströmen kaum jemals in mathematisch formulierte Gesetze werden bringen können. Verschiedene Umstände deuten aber darauf hin, daß die Resultante des seitlichen Luftüberdrucks, die ich Luftdrucksresultante nennen will, die Längenachse des Geschosses hinter dem Schwerpunkt schneidet. Denken wir uns einen homogenen Zylinder, der, in Rechtsrotation um seine Zylinderachse befindlich, sich mit dieser Achse senkrecht zur fortschreitenden Richtung in der Luft bewegt, so muß die durch den Luftdruck verursachte Linksbewegung mit paralleler Lage der Rotationsachse vor sich gehen. Bei den Geschossen, die vorn spitz zulaufen, wird aber der Luftdruck in der Nähe des Geschoßbodens viel erheblicher sein als in der Nähe

der Geschoßspitze. Wenn also die den rechtsseitigen Luftüberdruck seiner Größe nach halbierende, senkrecht zur Geschoßachse befindliche Ebene diese Achse hinter dem Schwerpunkt schneidet, so muß sich der Geschoßboden mehr nach links bewegen als die Spitze, und das Geschoß wird alsbald eine schräge mit der Spitze nach rechts gerichtete Lage einnehmen und dadurch am Luftwiderstande nach rechts gleiten. Daß ein solches Rechtsgleiten bei den gebräuchlichen Geschossen mit Rechtsrotation stattfindet, ist bekannt; es lassen sich aber aus der hier dargelegten Anschauungsweise noch andere Konsequenzen ziehen, die durch die tatsächlichen ballistischen Ergebnisse eine eklatante Bestätigung finden. Aus vorstehender Erklärung der Ablenkungseinflüsse muß man nämlich folgern, daß die Seitenablenkung bei denjenigen Geschossen am größten sein muß, welche einen kurzen zylindrischen Teil im Verhältnis zu einer langen Spitze haben. Lange Geschosse müssen also bei sonst ähnlichen Konstruktionsverhältnissen geringere Seitenablenkung haben, wie kürzere Geschosse. Demgemäß mögen hier einige aus deutschen älteren Schußtafeln entnommene Daten Platz finden.

Aus der 12 cm-Bronze-Kanone C/73 hat die Langgranate bei 325 m Anfangsgeschwindigkeit auf 5700 m Entfernung mit 40° Erhöhung eine Seitenablenkung von 140 m; die Granate hat dagegen bei 320 m Anfangsgeschwindigkeit auf 5600 m Entfernung mit $37^{8}/_{16}{}^{0}$ Erhöhung eine Seitenablenkung von 171 m.

Aus der kurzen 15 cm-Kanone hat die Langgranate bei 1,5 kg Ladung mit $10^{15}/_{16}{}^{0}$ Erhöhung eine Seitenablenkung von 6 m; das kürzere Schrapnell hat dagegen bei $11^{1}/_{16}{}^{0}$ Erhöhung eine Seitenablenkung von 12 m.

Aus der 15 cm - Kanone hat die Langgranate mit 299 m Anfangsgeschwindigkeit bei einer Erhöhung von $20^{2}/_{16}{}^{0}$ eine Seitenablenkung von 27 m; die Granate hat bei 307 m Anfangsgeschwindigkeit und bei einer Erhöhung von $20^{3}/_{16}{}^{0}$ eine Seitenablenkung von 56 m.

Bei den Berechnungen zu vorstehenden Angaben ist das Verhältnis 7 : 400 pro Grad angewendet worden, und es sind in den einzelnen Fällen solche Flugbahnen der verschiedenen Geschosse gegenübergestellt, die ihrer vertikalen Gestalt nach einander möglichst ähnlich und bei denen die Flugzeiten möglichst gleich groß sind.

Ich war in meiner Untersuchung zu der Festsetzung gelangt, daß sich das Geschoß im Beginn des Fluges nach links bewegen müsse, wobei der Boden mehr nach links tritt wie die Spitze, wodurch alsdann die Rechtsablenkung hervorgerufen wird. Es steht also der Rechtsablenkung des Geschosses, welche durch die rechtsgerichtete Komponente des Luftwiderstandes hervorgerufen wird, der linksgerichtete Luftüberdruck entgegen. Ferner wird die Senkung des Geschosses durch die Anziehungskraft der Erde wegen der nach oben gerichteten Luftwiderstandskomponente geringer.

Dadurch daß die Geschoßsachse alsbald nach Eintritt der Geschoßbewegung einen Winkel mit der Seelenachsen-Vertikalebene bildet, fällt diese Achse nun nicht mehr in die den Luftwiderstand halbierende Vertikalebene, diese letztere Ebene schneidet vielmehr die Geschoßachse jetzt zwischen Schwerpunkt und Spitze aus denselben Gründen, weshalb dieses bei der den Luftwiderstand halbierenden und senkrecht zur Seelenachsen-Vertikalebene stehenden Tangenten-

ebene der Flugbahn der Fall ist. Hierdurch tritt ein zweites Stadium der Geschoßbewegung ein. Der Boden des Geschosses hat das Bestreben, über die Spitze hinaus vorzudringen; im ersten Stadium trat dieses Bestreben dadurch hervor, daß sich die Geschoßachse in der Seelenachsen-Vertikalebene so zu drehen suchte, daß sich der Geschoßboden über unten nach vorn zu gelangen bestrebte. Im zweiten Stadium nun, in dem sich die Geschoßachse schräg gestellt hat, sucht der Boden des Geschosses von hinten über links nach vorn zu gelangen, und die Folge davon ist, daß das Geschoß durch den Luftüberdruck nach oben bewegt wird, wobei der Boden wieder eine größere Bewegungstendenz nach oben erhält wie die Spitze. Aus der letzteren Betrachtung ergibt sich, daß die Geschoßachse im zweiten Stadium ihre Lage der Tangente der idealen Bahn nähert, ohne jedoch diese Lage jemals vollkommen erreichen zu können, denn das Geschoß hat zunächst das Bestreben, die Richtung seiner Längenachse von der Tangentenlage zu entfernen, und die Wirkung des einseitigen Luftüberdrucks bleibt lediglich eine Funktion des ersteren Bewegungsbestrebens. Nach dem Prinzip der Erhaltung der Energie können die Bewegungseinflüsse des einseitigen Luftüberdrucks also in maximo nur so groß sein, daß sich die Differenz zwischen Richtung der Geschoßachse und Bahntangente dem Nichts — 0 — unendlich nähert. Von diesem Moment der Geschoßbewegung an treten die Erscheinungen des ersten Stadiums wieder ein; das Resultat der Bewegungstendenzen desselben ist dagegen jetzt insofern ein anderes, als bei Beginn der folgenden Bewegung die Längenachse schon einen Winkel mit der Seelenachsen-Vertikalebene bildet. Infolgedessen kann bei den gebräuchlichen Geschossen mit Rechtsrotation keine Linksablenkung mehr eintreten, sondern die Linksablenkungstendenz kann höchstens einen die Rechtsablenkung vermindernden Einfluß ausüben.

Es ist natürlich, daß die Bewegungen der beiden von mir unterschiedenen Stadien vollständig ohne Grenze ineinander übergehen; dasjenige, was demnach vorstehend vom Ende des einen oder anderen Stadiums gesagt ist, bezieht sich auf das maximale bzw. minimale Resultat der jedes Stadium bestimmenden Bewegungstendenz.

Als Resümee ergibt sich für die Flugbahngestalt, daß der Schwerpunkt des Geschosses eine Spirale in der Luft zurücklegt, deren Mittellinie die sogenannte ballistische Kurve bildet.

Da die Geschoßachse der Tangente der idealen Bahn, also der Richtung des Luftwiderstandes, stets nur zugeführt wird, ohne diese Richtung jemals vollständig zu erreichen, so muß bei sonst gleichen Verhältnissen die Differenz der Richtung des Luftwiderstandes mit der Richtung der Geschoßachse um so größer bleiben, je mehr sich die Richtung des Luftwiderstandes ändert, das heißt, je größer die Änderung des Winkels zwischen Flugbahntangente und Horizont ist. Bei stark gekrümmter Flugbahn werden die Geschosse daher bei horizontalen Zielen eventuell mit dem Boden aufschlagen.

Je größer die Änderung des Winkels zwischen Flugbahntangente und Horizont ist, um so größer wird naturgemäß die an den Seiten des Geschosses eintretende Luftverdichtung bzw. Luftverdünnung, da die Richtungen des Luftwiderstandes und der rotierenden Oberfläche des Geschosses sich unter einem

gestreckteren Winkel schneiden. Wenn nun die durch den Luftüberdruck hervorgerufene Linksbewegung eine Schrägstellung des Geschosses mit der Spitze nach rechts zur Folge hat, so muß diese Schrägstellung größer werden, je größer der rechtsseitige Luftüberdruck ist, und hieraus folgt, daß die Rechtsablenkungen unter sonst gleichen Verhältnissen proportional der Änderung des Winkels zwischen Flugbahntangente und Horizont sein müssen. Diese Schlußfolgerung, welche ja durch die bezüglichen Schußtafeldaten ihre Bestätigung findet, läßt sich auch nach der bisher geltenden Flugbahntheorie entwickeln; ich habe sie hier nur berührt, um daran anknüpfend eine von mir gemachte Beobachtung mitzuteilen, welche den Zusammenhang zwischen Krümmung der Bahn und Seitenablenkung recht deutlich zeigt. Wenn man die aus dem deutschen 21 cm-Mörser mit einer Erhöhung von über 45° abgeschossene Granate in ihrem Fluge mittels einer Visierlatte mit dem Auge verfolgt, so findet man, daß bis zum Scheitelpunkt der Bahn fast keine, von da ab jedoch eine sehr bedeutende Rechtsabweichung eintritt. Wahrscheinlich findet sogar im ersten Teile der Flugbahn eine nicht unerhebliche Linksablenkung statt, doch um dies mit Sicherheit behaupten zu können, waren die angestellten Beobachtungen zu ungenau. In dieser Beziehung wird die zweckentsprechende Anwendung der Momentphotographie hoffentlich noch aufklärend wirken. Die Zunahme der Rechtsabweichung bis zu den größten Erhöhungen, welche die alten deutschen Schußtafeln angeben, ist ein sicheres Zeichen dafür, daß die Geschosse innerhalb der Erhöhungsgrenzen der Schußtafeln in der Flugrichtung mit der Spitze vorausfliegen; denn wenn die Geschosse, wie es bei sehr großen Erhöhungen der Fall ist, vom Scheitelpunkt ab mit dem Boden vorausfliegen, so muß bei rechtsgerichteter Geschoßspitze eine Linksablenkung des Geschosses eintreten. Eine solche Linksablenkung ist bei genügend großem Erhöhungswinkel auch stets beobachtet und dabei konstatiert worden, daß der Boden des Geschosses sich in der Flugrichtung vor der Spitze befand — siehe Rutzky, Artillerie-Lehre, Theorie und Praxis der Geschoss- und Zünder-Konstruktion. Wien 1871. § 43 —. Daß Rutzky die betreffende Erscheinung der Linksablenkung auf eine Richtung der Geschoßspitze nach links zurückführt, eine Auslegung, deren Unmöglichkeit auf der Hand liegt — denn wenn der Geschoßboden in der Flugrichtung vorausfliegt, wie Rutzky selbst angibt, so kann die Linksablenkung nur bei rechtsgerichteter Geschoßspitze eintreten —, ist natürlich nur als eine Konsequenz der Anwendung des Parallelogramms der Drehungen zu erachten, welches eben in manchen daraus zu entwickelnden Schlußfolgerungen mit den Erscheinungstatsachen nicht übereinstimmt.

Wenn es nach den gemachten Erfahrungen auch feststeht, daß die Geschosse innerhalb der Erhöhungsgrenzen der alten deutschen Schußtafeln bei horizontalen Zielen mit der Spitze auftreffen, so ist damit noch nicht gesagt, daß sich die Pendelachse des Geschosses vollkommen der Flugbahntangente anschmiegt; die Achse des Pendelkegels kann dabei bis beinahe zur Größe des Fallwinkels von der Bahntangente abweichen, und es ist gemäß dem Verhalten der Geschosse nach dem Einschlagen in den horizontalen Boden anzunehmen, daß der Winkel zwischen Geschoßachse und Flugbahntangente bei den Erhöhungen von mehr als 45° ein recht bedeutender ist.

Wir haben aus vorstehendem ersehen, daß die Seitenablenkung der Geschosse nicht allein von der Lage des Schwerpunktes zum Schnittpunkt der Luftwiderstandsresultante mit der Geschoßachse, sondern auch von der Lage des Schnittpunktes der Luftdrucksresultante mit der Geschoßachse abhängig ist. Wir konnten die Lage des Schnittpunkts der Luftdrucksresultante mit der Geschoßachse nicht mit Bestimmtheit konstruieren, sondern der Geschoßform gemäß nur auf die große Wahrscheinlichkeit dafür hinweisen, daß der Schnittpunkt der Luftdrucksresultante mit der Geschoßachse bei den gebäuchlichen Geschossen hinter dem Schwerpunkt liegt: Da wir den Luftdruck jedoch gemäß unseren vorstehenden Untersuchungen als alleinige Ursache der Ablenkung der Geschosse erkennen müssen, und da dieser Luftdruck das Geschoß nach links drängt, so erhalten wir aus dem indirekten Schluß aus der Tatsache, daß die Geschosse mit Rechtsdrehung bei vorausfliegender Geschoßspitze nach rechts abweichen, den zwingenden Grund dafür, daß der Schnittpunkt der Luftdrucksresultante mit der Geschoßachse hinter dem Schwerpunkt liegt. Für den Fall, daß der Schnittpunkt der Luftwiderstandsresultante mit der Geschoßachse vor dem Schwerpunkt, der Schnittpunkt der Luftdrucksresultante mit der Geschoßachse in oder vor dem Schwerpunkt liegt, muß das Geschoß bei Rechtsrotation nach links abweichen.

Bekanntlich haben die Geschosse der gebräuchlichen Massenverteilung und Form, also Schnittpunkt der Luftwiderstandsresultante mit der Längenachse des Geschosses vor dem Schwerpunkt, wenn sie mit Rechtsdrall verschossen werden, eine Seitenablenkung nach rechts, und wenn sie mit Linksdrall verschossen werden, eine Seitenablenkung nach links. Nach der bisher herrschenden Theorie muß nun in Konsequenz des Grundprinzips dieser Theorie die Seitenablenkung um so größer werden, je größer der Abstand des Schwerpunkts von dem Schnittpunkt der Luftwiderstandsresultante mit der Längenachse des Geschosses ist. Dieser Abstand wächst aber mit der Länge des Geschosses, und deshalb ziehen die Ballistiker aus der bisher herrschenden Theorie richtig den Schluß, daß die Seitenablenkungen mit der Länge der Geschosse wachsen müssen. So heißt es zum Beispiel in dem Kompendium der theoretischen äußeren Ballistik von Professor Dr. Carl Cranz, Leipzig 1896, auf Seite 243 unter Nr. 42: „Die Geschoßabweichung wächst also mit der Geschoßlänge direkt.“ In dem Buche „Mathematische Theorie der Flugbahnen gezogener Geschosse“ von Paul Haupt, Berlin 1876, befindet sich auf der Seite 102 das Gesetz ausgesprochen, daß die Seitenabweichung etwas mit der Länge des Geschosses wächst, und auf Seite 106 desselben Buches ist als Mittel zur Verringerung der Seitenabweichung angegeben, die Geschoßlänge bedeutend herabzusetzen. In dem Leitfaden für den Unterricht in der Artillerie auf der Marineschule, Schiffsartillerieschule und an Bord der Schulschiffe, II. Teil, 4. Auflage, Berlin 1911, befindet sich im § 51 unter der Überschrift: „Die Rotation des Geschosses“ auf Seite 68 bei Betrachtung der Seitenablenkungen der Satz: „Lange Geschosse weichen stärker ab als kurze, da der Abstand des Schwerpunkts vom Angriffspunkt des Luftwiderstandes größer ist.“ In dem Buche: „Waffenlehre von R. Wille“, Berlin 1900, 2. Auflage, Verlag von R. Eisenschmidt, befindet sich im 4. Abschnitt auf der Seite 826 unter der

Überschrift: „Achsendrehung und Ablenkung des Geschosses“ der nachstehende aus der Feder des Majors Klußmann herrührende Satz: „Die Seitenablenkung wächst bei gleichen Geschoßgeschwindigkeiten mit der Schußweite und Flugzeit; sie fällt um so größer aus, je steiler der Abgangswinkel und der Drall, je größer die Geschoßlänge und je kleiner die Geschoßgeschwindigkeit ist.“

Läge der Schnittpunkt der Luftwiderstandsresultante mit der Längenachse des Geschosses bei den längeren Geschossen zwar vor dem Schwerpunkt, wäre aber dabei der Abstand beider Punkte voneinander bei längeren Geschossen kleiner wie bei kürzeren, so müßten sich die Pendelungen bei dem längeren Geschoß dadurch verkleinern. Aber die längeren Geschosse haben neben den kleineren Seitenablenkungen doch stärkere Pendelungen wie kürzere Geschosse. „Die längeren Geschosse haben so bedeutend größere Pendelungen, daß durch dieselben der günstige Einfluß einer gesteigerten Querschnittsbelastung sehr herabgesetzt bzw. gänzlich aufgehoben wird,“ schreibt Heydenreich unter Nr. 127 der zweiten Abteilung seines Buches: „Die Lehre vom Schuß und die Schußtafeln“, Berlin 1898, Verlag von Ernst Siegfried Mittler & Sohn. Nun möchte ich darauf aufmerksam machen, daß das längere Geschoß schon bei demselben Kegelwinkel der konischen Pendelung bzw. bei demselben Winkel zwischen Achse des Pendelkegels und Flugrichtung — Flugbahntangente — einen größeren Querschnitt senkrecht zur Flugrichtung besitzt, wie das kürzere Geschoß. Immerhin habe ich keinen Grund, die Angabe Heydenreichs über die größeren Pendelungen der längeren Geschosse zu bezweifeln; sagt er doch in dem Vorwort zu seinem in Rede stehenden Buche, daß er nur das bringen wolle, was wirklich gemessen und beobachtet wurde. Vielleicht sind die Pendelungen photographisch aufgenommen worden, aber auch die Beobachtung mit bloßem Auge läßt nach meiner Erfahrung das Vorhandensein größerer Pendelungen bei den längeren Geschossen für fast sicher erscheinen. Die längeren Geschosse erfordern jedenfalls eine Vergrößerung der Umdrehungsgeschwindigkeit um die Längenachse, um die Pendelungen zu verkleinern. Mit der Vergrößerung der Umdrehungsgeschwindigkeit vergrößern sich aber wieder die Seitenablenkungen. Also dasselbe Mittel, die Vergrößerung der Umdrehungsgeschwindigkeit, verkleinert die Pendelungen und vergrößert die Seitenablenkung. Man ersieht daraus, wie gering der direkte Zusammenhang zwischen Pendelungen und Seitenablenkung ist, und daß die Seitenablenkung nicht wegen besseren Fluges, sondern trotz des schlechteren Fluges bei den längeren Geschossen kleiner ist.

Wie aus den Zusammenstellungen 1 und 2 auf den Seiten 106 bis 109 der zweiten Abteilung des Buches: „Die Lehre vom Schuß und die Schußtafeln“, Berlin 1898, von Heydenreich hervorgeht, sind in Deutschland Geschosse von 5 Kalibern Länge in den Gebrauch eingeführt worden, und solche von 6 Kalibern Länge in Versuch gewesen. In der Zusammenstellung 1 sind die Ablenkungswerte einer Reihe von in den Gebrauch eingeführten neueren Geschossen verschiedenster in Kalibern gemessener Länge aufgeführt, aus denen zu ersehen ist, wie Heydenreich auf Seite 105 unter Nr. 144 selbst schreibt, daß diese Werte im allgemeinen für die in Deutschland eingeführten Geschoßformen mit einer Verlängerung des Geschosses abnehmen. Die in vorstehendem von mir angeführten, aus älteren deutschen Schußtafeln entnommenen Beispiele betreffen

Geschosse von 2 und $2^1/_2$ Kalibern Länge. Die aus meiner Theorie hervorgehende Schlußfolgerung, daß die Seitenablenkung der Geschosse unter sonst gleichen Umständen mit der Länge der Geschosse abnimmt — im Gegensatze zu der aus der bisher herrschenden auf der mathematischen Zusammensetzung der Drehungen fußenden Theorie sich ergebenden umgekehrten Schlußfolgerung —, findet also in allen mir aus der Literatur bekannt gewordenen Erfahrungstatsachen ihre Bestätigung.

Eine zweite aus meiner Theorie sich ergebende gegen die bisher herrschende Theorie gegensätzliche Schlußfolgerung besteht darin, daß mit einer Verlegung des Schwerpunkts des Geschosses nach dem Geschoßboden hin bei Rechtsdrehung entweder eine Verringerung der Rechtsablenkung, unter Umständen sogar eine Linksablenkung, oder im Falle, daß Linksablenkung vorhanden ist, eine Vergrößerung der Linksablenkung sich ergeben muß. In bezug auf diesen Punkt schreibt Herr Professor Dr. Carl Cranz in seinem Aufsatze: „Theoretische und experimentelle Untersuchungen über die Kreiselbewegungen der rotierenden Langgeschosse während ihres Fluges", der bisher herrschenden Theorie entsprechend auf Seite 157 in der Zeitschrift für Mathematik und Physik, 43. Band: „Wenn dagegen bei Rechtsdrall die Luftwiderstandsresultante zwischen Schwerpunkt und Geschoßboden angreift, oder umgekehrt bei Linksdrall dieselbe ihren Angriffspunkt zwischen Schwerpunkt und Geschoßspitze hat, so wird die Präzessionsbewegung der Geschoßspitze linksläufig erfolgen". Aus diesem Satze ergibt sich nun als unbedingte Folgerung, daß die Seitenablenkungen um so größer sein müssen, je größer der Abstand des Angriffspunkts des Luftwiderstandes vom Schwerpunkt ist, denn die entgegengesetzte Folgerung ergäbe als Resultat, daß für den Fall, daß die Luftwiderstandsresultante im Schwerpunkt angriffe, gleichzeitig ein Maximum der Rechtsablenkung und ein Maximum der Linksablenkung einträte, — ergäbe also ein Absurdum. —

Aus meiner im vorstehenden dargelegten Abweichungstheorie ergeben sich nun die nachstehenden gegen die bisher herrschende Theorie gegensätzlichen Schlußfolgerungen. Liegt die Resultante des bei Rechtsdrall von rechts nach links auf das Geschoß wirkenden Luftdrucks hinter dem Schwerpunkt auf der Längenachse des Geschosses, so muß sich der hintere Teil des Geschosses um ein größeres Maß aus der Seelenachsen-Vertikalebene nach links begeben, wie die Geschoßspitze, und das Geschoß muß vermöge seiner Schrägstellung von hinten links nach vorne rechts, im ganzen nach rechts gleiten. Dieser Fall trifft bei sämtlichen Geschossen gebräuchlicher Massenverteilung und Form, soweit sie mit Rechtsdrall verschossen werden, zu. Liegt die Luftdrucksresultante vor dem Schwerpunkt auf der Längenachse, so muß das Geschoß nach links gleiten. Durch die Herbeiführung dieses letzterwähnten Falles beim Schießen kann nun eine weitere Bestätigung von der Unrichtigkeit der bisher herrschenden Theorie der Abweichung der Geschosse gezeigt werden.

Indem wir von der allgemein gültigen, von E. E. Kummer in seinem Werke: „Über die Wirkung des Luftwiderstandes auf Körper von verschiedener Gestalt, insbesondere auch auf die Geschosse", ausgesprochenen Ansicht ausgehen, daß die Resultante der Druckkräfte, welche auf die einzelnen Teile der

Oberfläche eines in der Luft bewegten Körpers wirken, in keiner Weise von der inneren Beschaffenheit dieses Körpers, sondern lediglich von dessen Oberfläche abhängig sind, können wir bei den Geschossen durch eine Änderung der inneren Massenverteilung leicht eine Verschiebung des Schwerpunkts nach vor- oder rückwärts bewirken, ohne die Lage der Schnittpunkte der Luftwiderstands- und Luftdrucksresultanten mit der Längenachse des Geschosses zu verändern. Verlegt man nun den Schwerpunkt so stark nach rückwärts, daß er hinter den Schnittpunkt der Resultante des seitlichen Luftdrucks mit der Geschoßachse zu liegen kommt, so muß der bei Rechtsdrall von rechts nach links wirkende seitliche Luftdruck die Geschoßspitze mehr nach links aus der Seelenachsen-Vertikalebene hinausdrängen wie den Geschoßboden; die Längenachse des Geschosses muß sich also von hinten rechts nach vorne links schräg gegen die Flugrichtung stellen, und das Geschoß muß demnach im ganzen nach links abweichen. Durch die Verlegung des Schwerpunkts nach rückwärts, ohne die äußere Form des Geschosses zu verändern, wird aber unter der Voraussetzung, daß der Schnittpunkt der Luftwiderstandsresultante mit der Längenachse des Geschosses bei den gebräuchlichen Geschossen vor dem Schwerpunkt liegt, der Abstand zwischen Schwerpunkt und Luftwiderstandsmittelpunkt lediglich größer. Nach der bisher herrschenden Theorie bleibt also der Grund für die Rechtsablenkung bei Rechtsdrall durch die Verlegung des Schwerpunkts nach rückwärts vollständig bestehen, während nach der von mir aufgestellten neuen Theorie bei Lage des Schwerpunkts hinter dem Luftdrucksmittelpunkt eine Linksablenkung eintreten muß.

Für meine vorstehend ausgesprochene Schlußfolgerung, den Einfluß der Schwerpunktslage der Geschosse auf die Seitenablenkung betreffend, kann ich nun bis heute nur wenige Schießergebnisse als experimentelle Beweise anführen, muß aber bemerken, daß ich schon seit dem Jahre 1877 in der bezüglichen Literatur nach dieser Richtung ausgespäht habe und kein Schießergebnis habe ausfindig machen können, welches gegen meine Theorie gewertet werden könnte. Die einzigen Schießergebnisse, welche ich als experimentelle Beweise für meine Theorie, die Schwerpunktslage betreffend, in der Literatur aufgezeichnet fand, befinden sich in dem Buche: „Theorie und Praxis der Geschoß- und Zünder-Konstruktion von Rutzky“, Wien 1871, angegeben. Es sind nach den Angaben auf den Seiten 177 und 178 dieses Buches im April 1864 zu Schoeburyneß aus einem Armstrongschen Vierzigpfünder mit rechtsgewundenen Zügen zylindrische Langgeschosse verfeuert worden, welche vorne durch eine Kreisfläche begrenzt waren, bzw. einen flachen Kopf hatten. Von diesen Geschossen hatten diejenigen, bei denen der Schwerpunkt etwas hinter dem Mittelpunkt ihrer Figur lag, größere Linksablenkung als diejenigen, bei denen der Schwerpunkt etwas vor dem Mittelpunkt ihrer Figur lag.

Wenn nun Rutzky in der unverkennbaren Absicht, diese Erscheinung mit der Theorie nach dem Gesetze vom Parallelogramm der Drehungen in Einklang zu bringen, annimmt, daß bei den Geschossen, bei denen der Schwerpunkt etwas vor dem Mittelpunkt ihrer Figur lag, die Luftwiderstandsresultante hinter dem Schwerpunkt angriff und dadurch die Linksabweichung herbeiführte, so muß man in Konsequenz dessen folgern, daß die Luftwiderstandsresultante

bei den Geschossen, bei denen der Schwerpunkt etwas hinter dem Mittelpunkt ihrer Figur lag, mindestens nicht so weit hinter dem Schwerpunkt angegriffen haben würde, wie bei den anderen, und daß demgemäß die Linksablenkung bei diesen Geschossen mindestens hätte kleiner werden müssen. Der Umstand, daß das Gegenteil stattfand, ist natürlich auch Rutzky aufgefallen; er bleibt eine Erklärung dafür aber schuldig, da eben schwerlich eine solche gefunden werden dürfte, welche sich mit der Theorie gemäß dem Rotationsparallelogramm in Übereinstimmung bringen ließe.

Was die österreichischen Rotationsraketen anbelangt, deren Linksablenkung bei stattfindender Rechtsrotation Rutzky aus der Lage des Schnittpunkts der Luftwiderstandsresultante mit der Längenachse der Rakete hinter dem Schwerpunkt ableitet, so ist leicht einzusehen, daß bei diesen Raketen die Luftdrucksresultante vor dem Schwerpunkt angreifen wird, indem der Luftdruck sich an dem langen dünnen Raketenstabe kaum merkbar, dagegen an der umfangreichen vorn befindlichen Raketenhaube sehr bedeutend bilden wird.

Was nun das Verhalten der eben erwähnten Armstrongschen vierzigpfündigen Geschosse anbelangt, so ist darauf hinzuweisen, daß die Resultante des rechtsseitigen Luftüberdrucks, also die Luftdrucksresultante bei den zylindrischen Geschossen in der Nähe des Mittelpunkts der Längenachse und demgemäß auch in der Nähe des Schwerpunkts liegen mußte, und es konnte also der eventuell durch den seitlichen Luftdruck bewirkte Drehungsimpuls um eine Querachse nur äußerst gering sein. Es sind drei mögliche Fälle zu unterscheiden:

1. Die Luftdrucksresultante ging durch den Schwerpunkt; dann trat ein Drehungsimpuls um eine Querachse überhaupt nicht ein, und die Linksablenkung fand mit paralleler Lage der Längenachse statt.
2. Die Luftdrucksresultante lag hinter dem Schwerpunkt auf der Achse; dann verminderte der eintretende Drehungsimpuls die Linksablenkung.
3. Die Luftdrucksresultante lag vor dem Schwerpunkt auf der Achse; dann vergrößerte der eintretende Drehungsimpuls die Linksablenkung.

Vor einiger Zeit brachte ich nun in Erfahrung, daß seitens der Gußstahlfabrik „Friedrich Krupp in Essen“ Schrapnellzünder aus Aluminium Verwendung finden, während ja im allgemeinen früher die Schrapnellzünder aus dem spezifisch schwereren Messing gefertigt wurden. Ich vermutete dementsprechend, daß bei der angeführten Gußstahlfabrik Schießversuche mit Geschossen mit beiden Zünderarten stattgefunden hatten. Wenn nun mit einem bestimmten Geschoß aus einem bestimmten Geschütz Schießversuche stattgefunden haben würden, bei denen das Geschoß teils mit Aluminium-, teils mit Messingzünder versehen war, so lag der von mir herbeigewünschte Fall eines Parallelversuchs mit Geschossen verschiedener Schwerpunktslage vor.

Das Direktorium der Gußstahlfabrik „Friedrich Krupp“ hat mir nun auf meine Bitte in der entgegenkommendsten Weise eine Schießliste mit der Erlaubnis zur Veröffentlichung übersandt, aus der ich, wenn auch keinen markanten, so doch einen vollkommenen experimentellen Beweis für meine Theorie der Seitenablenkung der Geschosse glaube erbringen zu können. Ich gebe hier nachstehend zunächst einen entsprechenden Auszug aus der mir zur Verfügung gestellten Schießliste und werde daran meine Betrachtungen anknüpfen.

## Auszug aus der Schießliste

eines Schießens der Gußstahlfabrik „Friedrich Krupp in Essen an der Ruhr" aus einer 7,5 cm-Schnellfeuerkanone L/30 in 7,5 cm-Lafette mit Rohrrücklauf mit Schild auf Sandboden mit Lehm.

Geschützladung: 0,550 kg. D. R. P. Pulver C/93 ohne Zündladung.

Geschoßart: Stahlschrapnell L/3,7 mit Doppelzünder S/20.

Vergleichsschießen zwischen Schrapnells mit Zündern aus Messing und solchen aus Aluminium.

Schwerpunkt vom Geschoßboden entfernt:

beim Schrapnell mit Messingzünder 124,3 mm,
beim Schrapnell mit Aluminiumzünder 119,3 mm.

Die Schwerpunktslage ist seitens der Gußstahlfabrik Friedrich Krupp errechnet.

Feststellen der Unterschiede in den Schußweiten. [Siehe Tabelle auf S. 36.]

Betrachten wir zunächst die Unterschiede in den Seitenablenkungen zwischen den verschiedenen Geschossen, so kommen wir zu folgendem Resultat. Die Schüsse 55 bis 59 können mit denjenigen 120 bis 124 in bezug auf Seitenablenkung der Geschosse nicht in Vergleich gestellt werden, da sie bei ganz verschiedenen Windverhältnissen abgegeben worden sind. Den Einfluß des Windes in Rechnung zu stellen, ist ganz unmöglich. Die Ballistiker, welche den Einfluß des Windes berechnen, berücksichtigen, soweit es mir bekannt ist, den drehenden Einfluß des Windes auf das Geschoß nicht, und dieser drehende Einfluß macht vielleicht am meisten an der Größe der durch den Wind bewirkten Seitenablenkung aus.

Betrachtet man den Wind zu den Schüssen 55 bis 59, der in der nicht unbeträchtlichen Stärke von 5,8 m senkrecht von links gegen die Schußrichtung weht, so ist bei der dem Geschoßboden im Verhältnis zur Geschoßlänge so nahe liegenden Schwerpunktslage wohl mit Sicherheit anzunehmen, daß die Resultante des Winddrucks vor dem Schwerpunkt auf der Geschoßachse liegt. Das Geschoß erhält also durch den Winddruck einen Drehungsimpuls, der die Geschoßspitze mehr nach rechts zu treiben sucht wie den Geschoßboden. Da das Geschoß sich um seine Längsachse dreht, so weicht die Spitze nicht direkt nach rechts aus, sondern in Berücksichtigung der Beeinflussung der Art und Größe der konischen Pendelungen gemäß meiner Theorie nach rechts oben. Aus dieser Betrachtung ersieht man, daß der mechanische Vorgang so kompliziert ist, daß er rechnerisch gar nicht bemeistert werden kann.

In den Schüssen 100 bis 104 hat das Schrapnell mit Aluminiumzünder auf einer mittleren Entfernung von 4189,6 m eine Lage des mittleren Treffpunkts nach links von 62,5 m bei $22^1/_2$ Strich links des Aufsatzes. Da ein Strich des Aufsatzes gleich einem tausendstel Teil der Visierlinie groß ist, würde die Lage des mittleren Treffpunkts bei $7^1/_2$ Strich links des Aufsatzes 0,3 m nach rechts betragen haben. In den Schüssen 105 bis 109 hat das Schrapnell mit Messingzünder auf einer mittleren Entfernung von 4130,2 m eine Lage des mittleren Treffpunkts nach rechts von 2,2 m bei $7^1/_2$ Strich links des Aufsatzes. Die Lage des mittleren Treffpunkts würde also auf der um 59,4 m größeren Entfernung von

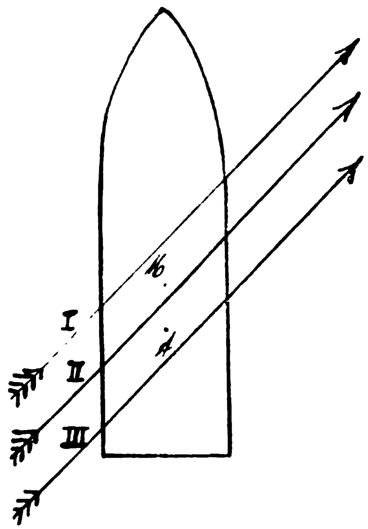
Schuss-richtung

| Schuß No. | Art des Zünders | Geschoß-gewicht kg | Geschwindigkeit des Geschosses an der Mündung m | Erhöhung mit dem Quadrant Grad und :/20 | Schräger Aufsatz. Seitenverschiebung links Strich | Lage des mittleren Treffpunkts nach der Länge m | Lage des mittleren Treffpunkts nach der Seite nach links m | Lage des mittleren Treffpunkts nach der Seite nach rechts m | Flugzeit mittlere Sek. | Windrichtung und Stärke m pro Sekunde |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 55 bis 59 | Aluminium | 6,47 bis 6,50 | etwa 535 | $12^{15}$ | $7^1/_2$ | 5282,0 | — | 70,2 | 17,71 | 5,8 |
| 120 bis 124 | Messing | 6,76 bis 6,78 | etwa 526 | $12^{15}$ | $25^1/_2$ | 5507,8 | 55,0 | — | 17,72 | 6,5 |
| 100 bis 104 | Aluminium | 6,49 bis 6,51 | etwa 535 | $8^0$ | $22^1/_2$ | 4189,6 | 62,5 | — | 12,26 | 6,5 |
| 105 bis 109 | Messing | 6,76 bis 6,78 | etwa 526 | $8^0$ | $7^1/_2$ | 4130,2 | — | 2,2 | 12,18 | 6,5 |

Schuss-richtung

4189,6 m mehr als 2,2 m rechts gelegen haben. Die Seitenablenkung nach rechts ist also bei dem Geschoß mit mehr nach der Spitze hin liegendem Schwerpunkt auf einer Schießentfernung von 4189,6 m um mehr als 1,9 m größer gewesen, wie bei dem Geschosse mit mehr nach dem Boden hin liegendem Schwerpunkt. Dieses Resultat entspricht meiner Theorie. Der Grund dafür, daß der Unterschied in den Seitenablenkungen nur so gering ist, liegt an der Verschiedenheit des Windeinflusses, wie folgende Betrachtung beweisen wird:

Figur V.




Nebenstehendes Bild — Figur V — stellt das dem Schießversuch unterworfene Schrapnell im Schnitt durch seine Längsachse dar. Der Punkt M bedeutet die Lage des Schwerpunkts bei Verwendung des Messingzünders; Punkt A bedeutet die Lage des Schwerpunkts bei Verwendung des Aluminiumzünders. Der Wind wehte in der Stärke von 6,5 m pro Sekunde von links rückwärts unter einem Winkel von etwa 45° zur Schußrichtung. Es sind nun drei in Betracht kommende Möglichkeiten zu unterscheiden.

1. Die Resultante des Winddrucks lag vor dem Punkte M auf der Geschoßachse. — Pfeilstrich I der Figur V. — In diesem Falle wirkte die Resultante des Winddrucks beim Geschoß mit Aluminiumzünder mit größerem Hebelarm auf Drehung der Geschoßspitze nach rechts wie beim Geschoß mit Messingzünder. Der Winddruck wirkte also in diesem Falle beim Geschoß mit Aluminiumzünder auf größere Rechtsablenkung wie beim Geschoß mit Messingzünder.

2. Die Resultante des Winddrucks lag hinter dem Punkte M, aber vor dem Punkte A auf der Geschoßachse. — Pfeilstrich II der Figur V. — In diesem Falle wirkte die Resultante des Winddrucks beim Geschoß mit Aluminiumzünder auf Drehung der Geschoßspitze nach rechts, dagegen beim Geschoß mit Messingzünder auf Drehung des Geschoßbodens nach rechts. Der Winddruck wirkte also in diesem Falle durch seinen Drehungsimpuls beim Geschoß mit Aluminiumzünder auf Vergrößerung der Rechtsablenkung, beim Geschoß mit Messingzünder dagegen auf eine Verringerung derselben. Es ist hier die Betrachtung nicht unberührt zu lassen, daß ein schwacher Wind, der von links nach rechts weht, und dessen Resultante an sehr langem Hebelarm hinter dem Schwerpunkt angreift, eine direkte Linksablenkung zur Folge haben kann. Ein solcher Fall erscheint natürlich beim vorliegenden Schießverhältnis wegen der beträchtlichen Windstärke und wegen des sehr kleinen Hebelarms, der in Betracht kommt, ausgeschlossen. Als Endschluß der hier unter 2 erörterten Möglichkeit ist also wiederum festzustellen: Der Winddruck würde bei dem Geschoß

mit Aluminiumzünder eine größere Rechtsablenkung wie beim Geschoß mit Messingzünder bewirkt haben.

3. Die Resultante des Winddrucks lag hinter dem Punkte A auf der Geschoßachse. — Pfeilstrich III der Figur V. — In diesem Falle wirkt die Resultante des Winddrucks beim Geschoß mit Messingzünder mit größerem Hebelarm auf Drehung des Geschoßbodens nach rechts wie beim Geschoß mit Aluminiumzünder. Da nun wegen des sehr kleinen Hebelarmes, mit welchem die Resultante des Winddrucks in beiden Fällen wirkt, der Gesamteinfluß des Windes als Rechtsablenkung angenommen werden kann, so erhalten wir als Schlußresultat der hier unter 3 zergliederten Möglichkeit wieder den Satz: Der Winddruck würde beim Geschoß mit Aluminiumzünder eine größere Rechtsablenkung wie beim Geschoß mit Messingzünder bewirkt haben.

In den vorstehend erörterten drei möglichen Fällen ist also durch die Übereinstimmung der Schlußresultate festgestellt, daß der Winddruck bei den Schüssen 100 bis 109 dem Geschoß mit weiter nach rückwärts liegendem Schwerpunkt eine größere Rechtsablenkung erteilte, wie dem Geschoß mit weiter nach vorn liegendem Schwerpunkt. Wenn nun außerdem die bisher herrschende Theorie verlangt, daß ein Geschoß mit weiter nach rückwärts liegendem Schwerpunkt eine größere Rechtsablenkung haben muß, wie ein Geschoß mit weiter nach vorn liegendem Schwerpunkt, und es ist in Wirklichkeit gemäß der Schießliste die Rechtsablenkung beim Geschoß mit weiter nach rückwärts liegendem Schwerpunkt kleiner gewesen, wie beim Geschoß mit weiter nach vorn liegendem Schwerpunkt, so ist der experimentelle Beweis für die Richtigkeit der von mir aufgestellten Theorie trotz der Geringfügigkeit in den Unterschieden der erschossenen Seitenablenkungen dennoch vollständig erbracht.

Selbstverständlich empfehle ich eine sorgfältige und umfangreiche experimentelle Nachprüfung und gestatte mir nachstehend einige Direktiven für einen bezüglichen Schießversuch aufzustellen.

1. Es sind Geschosse von genau gleichem Gewicht und gleicher äußerer Form, aber von ziemlich erheblicher Verschiedenheit der Schwerpunktslage in Versuch zu nehmen. Allzu verschieden dürfen die Schwerpunktslagen zwar auch nicht gewählt werden, weil sonst die Gefahr vorliegt,

a) daß bei den Geschossen mit weit nach hinten liegendem Schwerpunkt der Geschoßboden wegen des großen Hebelarms, mit welchem der Luftwiderstand angreift, in der Flugrichtung sich vor die Geschoßspitze drängt;

b) daß bei den Geschossen mit weit nach vorn liegendem Schwerpunkt der unvermeidliche exzentrische Stoß der Treibgase, der in diesem Falle an langem Hebelarm auf Drehung um eine Querachse wirkt, das Geschoß zum Überschlagen bringt.

2. Der Schießversuch hat bei möglichst windstillem Wetter stattzufinden. Da man jedoch die Windverhältnisse in den oberen Luftschichten nicht kontrollieren kann, so ist der Parallelversuch gleichzeitig aus einem Geschütz mit rechtsgewundenen und aus einem solchen mit linksgewundenen Zügen vorzunehmen.

3. Die Schwerpunktslagen der dem Vergleichsschießen zu unterwerfenden Geschosse sind auf einer Schwerpunktswage festzustellen. Diese Forderung hat zwar mit dem experimentellen Beweis für die Richtigkeit der von mir auf-

gestellten Theorie der Seitenablenkungen nichts zu tun; durch die für die verschiedenen Schwerpunktslagen zu ermittelnden Widerstandswerte können aber sehr brauchbare Anhaltspunkte für etwaige Neukonstruktionen von Geschossen gewonnen werden.

Nachstehend möchte ich noch auf einige interessante Angaben der vorstehend verzeichneten Schießliste aufmerksam machen.

Bei $8^{\circ}$ Erhöhung erreicht das Geschoß mit Aluminiumzünder auf einer zwischen 4100 und 4200 m gelegenen Entfernung noch eine um 59,4 m größere Schußweite, wie das nicht unerheblich schwerere Geschoß mit Messingzünder. Erst auf einer zwischen 4189,6 und 5282,0 m gelegenen Entfernung, bei einer zwischen $8^{\circ}$ und $12^{15^{\circ}}$ gelegenen Erhöhung, wird die zu einer bestimmten Erhöhung gehörige Schußweite beim schwereren Geschoß allmählich größer, so daß sie bei $12^{15^{\circ}}$ Erhöhung beim leichteren Geschosse nur noch 5282,0 m, beim schwereren Geschoß schon 5507,8 m, also 225,8 m mehr beträgt. Die Erscheinung, daß das schwerere Geschoß schließlich bei einer bestimmten Erhöhung an Schußweite überlegen wird, bietet natürlich nichts Auffälliges; der Umstand aber, daß diese Überlegenheit des schwereren Geschosses erst auf der großen Entfernung von über 4200 m nach mehr wie 12 Sekunden Flugzeit eintritt, fordert die Anstellung einer besonderen Untersuchung geradezu heraus.

Daß das leichtere Geschoß bis zu einer gewissen Erhöhung eine größere Schußweite erreichen muß wie das schwerere Geschoß, ergibt sich einmal aus seiner größeren Mündungsgeschwindigkeit an sich und ferner aus der von der größeren Mündungsgeschwindigkeit abhängigen größeren Umdrehungsgeschwindigkeit um seine Längenachse. Mit der größeren Umdrehungsgeschwindigkeit verkleinert sich der Kegelwinkel der konischen Pendelung relativ, und damit wird die Belastung des Querschnitts relativ größer.

Absolut wird durch die größere Mündungsgeschwindigkeit höchstwahrscheinlich in allen Fällen, also auch in dem vorliegenden, der Kegelwinkel der konischen Pendelung direkt größer. Daß die größere Mündungsgeschwindigkeit den Kegelwinkel der konischen Pendelung relativ vergrößert, ist theoretisch leicht darzulegen. Die konische Pendelung wird durch einen Drehungsimpuls um eine Querachse des Geschosses hervorgerufen. Ein solcher Drehungsimpuls erfolgt nun einmal durch den exzentrischen Stoß der Treibgase und ferner durch den Luftwiderstand. Dieser Drehungsimpuls muß um so energischer sein, je stärker der Stoß der Treibgase und je stärker der Luftwiderstand wirken, also je größer die Mündungsgeschwindigkeit ist.

Verschiedene Erfahrungstatsachen sprechen nun dafür, daß der Kegelwinkel der konischen Pendelung mit der größeren Mündungsgeschwindigkeit trotz der damit verbundenen größeren Umdrehungsgeschwindigkeit absolut größer wird. Da ist zunächst das interessante Versuchsresultat zu erwähnen, welches Heydenreich in seinem Buche „Die Lehre vom Schuß und die Schußtafeln", Berlin 1898, in der zweiten Abteilung auf Seite 98 in einer Anmerkung mitteilt. Die visuelle Beobachtung ergab bei diesem Versuch deutlich, daß eine größere Mündungsgeschwindigkeit bei 5 Kaliber langen Geschossen bedeutend größere Pendelungen gegenüber 4 Kaliber langen Geschossen herbeiführte, als dieses bei einer kleineren Mündungsgeschwindigkeit der Fall war.

Nun vermag ich keine Gründe ausfindig zu machen, weshalb eine größere Mündungsgeschwindigkeit erst bei Geschossen von 5 Kalibern Länge ab eine stärkere Pendelung ergeben sollte. Die Pendelungen sind eben bei Geschossen von geringerer als 5 Kaliber Länge bei den bis jetzt vorgekommenen Geschwindigkeits- und Drallverhältnissen stets so schwach gewesen, daß sich die Größenunterschiede der Pendelungen bei den visuellen Beobachtungen nicht bemerkbar machen konnten. Daß die Pendelungen mit der Länge der Geschosse erheblich wachsen, hat seinen natürlichen und leicht erkennbaren Grund darin, daß sowohl der Hebelarm, mit welchem der exzentrische Stoß der Treibgase, wie auch derjenige, mit welchem der Luftwiderstand auf Drehung um eine Querachse wirkt, mit der Länge der Geschosse unter sonst gleichen Verhältnissen größer wird.

Nach diesen abstrakten Erwägungen wende ich mich nunmehr wieder der Betrachtung des in Rede stehenden Schießergebnisses zu.

Die Mündungsgeschwindigkeit des leichteren Geschosses mit Aluminiumzünder ist nur um ein sehr geringes Maß, nämlich um 9 m größer wie diejenige des schwereren Geschosses. Die beiden Faktoren, größere Mündungsgeschwindigkeit und größere Umdrehungsgeschwindigkeit, können daher im vorliegenden Falle die größere Rasanz — das heißt die größere Schußweite bei einer bestimmten Erhöhung — des leichteren Geschosses bis zu einer Entfernung von über 4000 m nicht verursacht haben.

Der Hauptgrund für die größere Rasanz des leichteren Geschosses bis auf die große Schießentfernung von über 4000 m liegt nach meiner Meinung darin, daß das leichtere Geschoß mit Aluminiumzünder wegen seines mehr nach hinten liegenden Schwerpunktes in den Anfangszeiten seines Fluges kleinere Pendelungen macht wie das Geschoß mit Messingzünder und also mehr nach vorn liegendem Schwerpunkt.

Die Resultante des exzentrischen Stoßes der Treibgase wirkt bei dem Geschoß mit weiter nach hinten liegendem Schwerpunkt an kürzerem Hebelarm auf Drehung um eine räumliche Querachse, wie bei dem Geschoß mit weiter nach vorn liegendem Schwerpunkt. Der exzentrische Stoß der Treibgase wirkt nur eine kurze Zeit. Würde während des Geschoßfluges kein anderer Impuls zur Drehung um eine Querachse mehr eintreten, so würde der Kegelwinkel der konischen Pendelung allmählich bis zur Größe 0 kleiner werden, gerade wie beim rotierenden Kreisel in den bekannten Rotationsapparaten ein Stoß mit Drehungsimpuls um eine Querachse eine konische Pendelung der Drehachse herbeiführt, die allmählich wieder verschwindet.

Beim Geschoß wirkt nun auch der Luftwiderstand auf Drehung um eine Querachse, und zwar nicht nur während einer kurzen Zeit, sondern fortdauernd während des ganzen Fluges. Aber dieser Drehungsimpuls wirkt nur an sehr kurzem Hebelarm, während der Hebelarm, mit welchem der Stoß der Treibgase auf Drehung um eine Querachse wirkt, wie man annehmen kann, fast so lang ist wie der Abstand des Geschoßbodens vom Schwerpunkt.

Derjenige Größenteil der konischen Pendelung, welcher von dem Drehungsimpuls des Stoßes der Treibgase abhängt, nimmt also während des Geschoßfluges allmählich ab, während der Größenteil der konischen Pendelung, welcher

von dem Drehungsimpulse des Luftwiderstandes herrührt, während des ganzen Geschoßfluges anwächst. Da nun der letzterwähnte Größenteil der konischen Pendelung bei dem Geschoß mit mehr nach hinten liegendem Schwerpunkt größer ist, wie bei dem Geschoß mit mehr nach vorn liegendem Schwerpunkt, so wird unter der Voraussetzung, daß die Gesamtflugzeit groß genug ist, die konische Pendelung in den Endzeiten des Fluges bei dem Geschoß mit mehr nach hinten liegendem Schwerpunkt allmählich größer, wie bei dem Geschoß mit mehr nach vorn liegendem Schwerpunkt.

Das neue deutsche S-Geschoß des Infanteriegewehrs 98 hat auf kleinen Entfernungen, also in den Anfangsflugzeiten, ganz außerordentlich geringe Geschwindigkeitsverluste. Diese Erscheinung wurde in der Literatur allgemein auf die sehr schlanke Spitzenform als alleinige Ursache zurückgeführt.

Nach einer Zusammenstellung der Formwerte verschiedener Geschosse von Geschützen und Gewehren auf Seite 157 der zweiten Abteilung des Heydenreichschen Buches „Die Lehre vom Schuß für Gewehr und Geschütz“, Berlin 1908, ist der Formwert des S-Geschosses mit den Zahlen von 600, zunehmend bis 760 angegeben, während er beim deutschen Infanteriegeschoß Modell 88 —1030 groß ist. Von den in der angeführten Zusammenstellung enthaltenen 33 Formwerten sind 25 über 1000 groß. Der größte Formwert ist 1285. Außer dem schon angeführten Formwert 600 kommt noch der nächstkleinste Formwert 700 vor. Alle übrigen Formwerte sind größer wie 859. Erwähnen möchte ich, daß ein kleiner Formwert ein günstiger Formwert ist, also geringen Geschwindigkeitsverlusten entspricht. So ersieht man aus vorstehenden Zahlen, wie auffallend gering die Geschwindigkeitsverluste beim S-Geschoß auf den kleinsten Entfernungen sind.

Ich behaupte nun, daß diese auffallend geringen Geschwindigkeitsverluste ihre Ursache nicht allein in der schlanken Spitzenform, sondern hauptsächlich in dem Umstande haben, daß der Schwerpunkt beim S-Geschoß so außergewöhnlich nahe am Geschoßboden liegt. Diese Lage ergibt sich, relativ im Vergleich zum deutschen Geschoß Modell 88 genommen,

1. aus der größeren Kürze des Geschosses — 28,0 mm gegen 31,25 mm —,
2. aus der schlanken Spitzenform an und für sich, und
3. aus dem Umstande, daß die schlanke Spitze verhältnismäßig wenig spezifisch schweres Weichblei des Kerns gegenüber dem spezifisch leichten Flußeisen des Mantels enthält.

Bei der Lage des Schwerpunkts in großer Nähe des Geschoßbodens wird nun der Hebelarm, mit dem der exzentrische Stoß der Treibgase des Gewehrs auf Drehung des Geschosses um eine Querachse wirkt, verhältnismäßig klein, und infolgedessen tritt das S-Geschoß seinen Flug nach Verlassen der Gewehrmündung mit verhältnismäßig kleinem Kegelwinkel der konischen Pendelung an. Die Kleinheit des Kegelwinkels der Pendelung setzt die schlanke Geschoßspitze erst in vorteilhaften Einfluß. Beide Umstände zusammengenommen und in Wechselwirkung bewirken die geringen Geschwindigkeitsverluste in den allerersten Anfangsflugzeiten, also auf kleinen Entfernungen. Je günstiger nun der Schwerpunkt in bezug auf die Einwirkung der Treibgase liegt, d. h. je näher er dem Geschoßboden gelegen ist, um so ungünstiger liegt er der Einwirkung

des Luftwiderstandes gegenüber. Da nun die Treibgase nur kurze Zeit einwirken, so müssen sich die Geschoßpendelungen bei den Geschossen mit weit rückwärts gelegenem Schwerpunkt mit wachsender Flugzeit schnell und erheblich vergrößern.

Hat sich, wie wir gesehen haben, beim S-Geschoß für die kleinsten Entfernungen der abnorm kleine Formwert 600 ergeben, so sehen wir diesen auch sehr schnell und erheblich wachsen. Heydenreich schreibt diesbezüglich auf Seite 119, Ziffer 147 der zweiten Abteilung seines Buches: „Die Lehre vom Schuß für Gewehr und Geschütz", Berlin 1908: „Insonderheit beim S-Geschoß des Gewehrs 98 zeigt der Formwert, gleichgültig nach welchem Verfahren man rechnet, eine derartige Zunahme mit wachsender Entfernung. Er beträgt auf kleinen Entfernungen errechnet etwa 600 und steigt bis etwa 760. Entsprechend ergeben sich auch auf großen Entfernungen aus der Flugbahnberechnung nicht unerheblich größere Fallwinkel, als sie nach dem Beschuß selbst gemäß Prüfung nach Abteilung I Ziffer 117 vorliegen können."

In dieser Heydenreichschen Auslassung ist also konstatiert, daß sich der Formwert beim S-Geschoß tatsächlich, wie es als Schlußfolgerung aus meiner Anschauung über den Einfluß der Schwerpunktslage sich ergibt, mit wachsender Flugzeit schnell und erheblich vergrößert.

In dem Buche „Leitfaden für den Unterricht in der Artillerie auf der Marineschule und an Bord der Artillerieschulschiffe", 3. Auflage, Berlin 1906, Verlag von Ernst Siegfried Mittler & Sohn, befindet sich im zweiten Teil auf Seite 80 am Schluß des § 60 der Satz: „Es ist bisher nicht einwandfrei erwiesen, daß durch die Einführung der Granaten mit Bodenzünder die Wirkung des Geschosses am Ziel gesteigert ist. Bezüglich der Geschwindigkeit sind aber derartige Geschosse infolge ihres günstigen Kopfformwertes den alten Granaten weit überlegen."

Hierzu habe ich folgendes zu bemerken: Ich sehe den Grund für die geringeren Geschwindigkeitsverluste, die sich bei den Geschossen mit Bodenzündern ergeben haben, nur zum Teil in der günstigen Kopfform; in der Hauptsache erkenne ich den Grund für die Verminderung der Geschwindigkeitsverluste in der bei den Granaten mit Bodenzündern vorhandenen Lage des Schwerpunkts des Geschosses in größerer Nähe des Geschoßbodens, wie es bei Granaten mit Kopfzündern der Fall zu sein pflegt. In dem zuletzt angezogenen Buche sehen wir im zweiten Teil auf Seite 79 in Figur 24 den Boden einer 15 cm-Granate mit Bodenschraube für den Bodenzünder abgebildet. Aus dieser Figur läßt sich auf eine Bodenstärke des Geschosses von 60 mm schließen, während die sonst in den Waffenlehrbüchern vorhandenen Geschoßzeichnungen bei Geschossen mit Kopfzündern für das 15 cm-Kaliber nur etwa eine Bodenstärke von 20 bis 30 mm vermuten lassen.

So günstig nun eine Lage des Schwerpunkts des Geschosses in der Nähe des Geschoßbodens für die Geschwindigkeitsverluste in den Anfangsflugzeiten zu erachten ist, um so ungünstiger muß sich eine derartige Schwerpunktslage in der Wirkung des Geschosses am Ziel bemerklich machen, wie es die in Betracht gezogene Mitteilung für Granaten mit Bodenzündern dahin bestätigt,

daß trotz der für die Wirkung am Ziel günstigeren Kopfform doch keine Steigerung der Wirkung des Geschosses am Ziel erwiesen werden konnte.

Aus dem Umstande, daß die Literatur über die Drehbewegungen der Körper, insbesondere über die paradoxen Kreiselbewegungen in der neueren Zeit so außerordentlich angewachsen ist, ersieht man, daß ein mächtiges Aufklärungsbedürfnis über den beregten Gegenstand besteht, denn für eine allgemein bekannte und anerkannte Wahrheit wird es niemand einfallen, sich besonders literarisch ins Zeug zu legen. Von der mathematischen Behandlung der in Rede stehenden Fragen ist zunächst kein Heil zu erwarten. Die in der Literatur vorhandenen mathematischen Behandlungen, die auf der nach meinen vorstehenden Ausführungen unzulässigen Zusammensetzung der Drehungen um eine körperliche oder figürliche Achse einerseits und um eine räumliche Achse andererseits zur Drehung um eine resultierende Achse fußen, führen zu Schlußfolgerungen, die mit den Erfahrungstatsachen nicht übereinstimmen. An eine rein mathematische Behandlung der Drehbewegungen auf dem Grunde der vorstehend von mir aufgestellten Theorie ist vorläufig nicht zu denken, da die Gesetze, nach welchen die Luftverdichtungen bzw. Luftverdünnungen und andere Reibungsfaktoren wirken, noch zu wenig bekannt sind.

Zur beweisenden Unterstützung der Schlußfolgerungen, welche ich durch die vorstehenden Betrachtungen nach den Gesetzen der Mechanik gewonnen habe, muß das Experiment dienen, und unter den nach nächstliegender Betrachtung denkbaren Experimenten ist das des Schießens von Geschossen verschiedenartigster Massenverteilung deswegen am günstigsten zu erachten, weil das mit Drehung um eine seiner figürlichen Achsen fliegende Geschoß, da es sich nicht in besonderen Achslagern dreht, am meisten frei von äußeren störenden Einflüssen ist.

Eine gründliche Erforschung der Geschoßbewegung würde gewiß im Sinne des Professors der theoretischen Physik an der Universität Bordeaux, Mitglied des Instituts de France, Herrn Pierre Duhem liegen, welcher es ja in seinem Buche: „L'évolution de la mécanique“, Paris, A. Joanin et Cie., 1903, für eine Hauptzukunftsaufgabe erklärt, die Reibungsmechanik gründlich auszubilden.

Zum Schlusse dieser Schrift möchte ich mir noch gestatten, die Aussprüche einiger hervorragenden Autoritäten auf dem Gebiete der mathematischen und naturwissenschaftlichen Forschung anzuführen, welche wohl geeignet erscheinen, meine Ansichten über die Notwendigkeit von Schießversuchen zu dem Zwecke der reinen Erkenntnisforschung zu bekräftigen.

In der Abhandlung des Professors Dr. Guido Hauck „Über die Stellung der Mathematik zur Kunst und Kunstwissenschaft“ in den Preußischen Jahrbüchern, Sechsundvierzigster Band, Berlin 1880, Verlag von G. Reimer, heißt es im zweiten Heft auf den Seiten 131 und 132: „Der Laie ist nicht selten geneigt zu glauben, der Mathematiker beweise die Naturgesetze durch seine untrügliche Rechnung. Gegen diese Ansicht ist vor allem zu bemerken: Die Mathematik kann nicht aus Nichts etwas machen; sie kann nur von gegebenen Voraussetzungen ausgehen, auf denen sie dann mittels fortgesetzter Umformungen ihre logischen Schlußfolgerungen aufbaut. Das Resultat dieser Schlußfolgerungen enthält aber genau dasselbe Quantum von positiven Tatsachen, das schon in

der Voraussetzung enthalten war; es gibt diese Tatsachen nur in anderer Form, in anderem Ausdruck wieder. Nicht ein Minimum mehr, als zu Anfang in die Rechnung hineingetragen wurde, kann wieder von ihr zurückgefordert werden; das Zurückgegebene ist nur qualitativ nicht quantitativ von dem Hineingetragenen verschieden. Wenn sich daher die Naturforschung der Mathematik bedient, so kann sie von derselben nimmermehr verlangen, daß sie ihr Gesetze a priori beweise, sondern nur, daß sie die experimentellen Erfahrungstatsachen qualitativ umforme. Und nun besteht das Wesen der modernen Forschung darin, daß für eine größere Summe von Erscheinungstatsachen eine allen gemeinschaftliche Form des mathematischen Ausdrucks gesucht wird. Mit anderen Worten: man sucht eine größere Mannigfaltigkeit von empirischen Tatsachen auf einzelne Prinzipien zurückzuführen, als deren mathematische Umformungen oder logische Folgerungen die Tatsachen sich mit strenger Notwendigkeit erweisen. Dabei ist es vollkommen gleichgültig, ob jene Prinzipien dem Vorstellungsvermögen mehr oder weniger plausibel erscheinen. = sufficit hoc unum, si calculum observationibus congruentem exhibeant = — Copernicus —.

Je größer aber die Anzahl der Erscheinungstatsachen ist, welche sich auf das nämliche Prinzip zurückführen lassen, um so mehr werden wir die Berechtigung haben, von dem Prinzip aus umgekehrt, den Schluß auf das mutmaßliche Eintreten von neuen Erscheinungen zu machen; mit anderen Worten: um so mehr wird das Prinzip das Recht auf den Namen eines allgemeinen Naturgesetzes beanspruchen können."

In dem Buche „La Science et l'Hypothèse" von Henri Poincaré, Membre de l'Institut, Professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris — Paris 1902, Ernest Flammarion, Éditeur —, heißt es im vierten Teil auf der Seite 167 unter der Überschrift „La Nature": „L'expérience est la source unique de la vérité: elle seule peut nous apprendre quelque chose de nouveau; elle seule peut nous donner la certitude. Voilà deux points que nul ne peut contester."

Auf der Seite 242 heißt es ferner: „Les théories mathématiques n'ont pas pour objet de nous révéler la véritable nature des choses; ce serait là une prétention déraisonnable. Leur but unique est de coordonner les lois physiques que l'expérience nous fait connaître, mais que sans le secours des mathématiques nous ne pourrions même énoncer."

In dem Buche „Erkenntnis und Irrtum, Skizzen zur Psychologie der Forschung", von E. Mach, emer. Professor an der Universität Wien — Leipzig 1905, Verlag von Johann Ambrosius Barth —, heißt es auf der Seite 324: „Da das Rechnen nur ein indirektes Zählen ist, so können wir durch dasselbe nichts wesentlich Neues über die sinnliche Welt erfahren, nichts, was das direkte Zählen nicht auch ergeben könnte. Wie sollte also die Mathematik der Natur a priori Gesetze vorschreiben, da sie sich doch darauf beschränken muß, unter Benutzung der Erfahrungen über die eigene Ordnungstätigkeit des Rechnenden die Übereinstimmung des Rechnungsergebnisses mit den Ausgangsdaten nachzuweisen."

Berliner Buchdruckerei-Actien-Gesellschaft.